KÖKLÜ İFADELER

A. TANIM

n, 1 den büyük bir doğal sayı olmak üzere, $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x sayısına a nın n. dereceden kökü denir.

a nın n. dereceden kökü $\sqrt[n]{a}$ şeklinde gösterilir.

$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$: karekök a

$\sqrt[3]{a}$: küpkök a

$\sqrt[4]{a}$: dördüncü dereceden kök a şeklinde okunur.

UYARI

Bazı köklü sayılar reel sayı değildir.

$\sqrt[n]{a}$ ifadesinin bir reel sayı belirtmesi için:

$a \geq 0$ veya n tek sayı olmalıdır.

ÖRNEK

$\sqrt{6}$, $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt[6]{2}$, $\sqrt[10]{2}$ sayıları birer reel sayıdır.

ÖRNEK

$\sqrt[4]{-5}$, $\sqrt[6]{-2}$, $\sqrt{-8}$ sayıları reel sayı değildir.

SONUÇ

n pozitif tam sayı ve a negatif reel sayı ise $\sqrt[n]{a}$ ifadesi reel sayı değildir.

ÖRNEK

$\sqrt[4]{8-x}$ köklü ifadesinin reel sayı belirtmesi için, x in hangi koşulu sağladığını bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt[4]{8-x} \in R$ ise $8-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 10$ olur.

ÖRNEK

$\sqrt{x} + \sqrt[3]{x-6}$ ifadesinin reel sayı belirtmesi için x in hangi koşulu sağladığını bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt{x} + \sqrt[3]{x-6}$ ifadesinin reel sayı belirtmesi için,

$\sqrt{x} \in R$ ve $\sqrt[3]{x-6} \in R$ olmalıdır.

Kökün derecesi tek sayı olduğundan dolayı x in bütün reel değerleri için $\sqrt[3]{x-6} \in R$ dir.

$\sqrt{x} \in R$ ise $x \geq 0$ dır.

Buna göre, verilen ifadenin reel sayı belirtmesi için, $x \geq 0$ olmalıdır.

ÖRNEK

$\sqrt[6]{x+10} - \sqrt{6-2x}$ ifadesinin reel sayı belirtmesi için x in hangi koşulu sağladığını bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt[6]{x+10} - \sqrt{6-2x}$ ifadesinin reel sayı belirtmesi için,

$\sqrt[6]{x+10} \in R$ ve $\sqrt{6-2x} \in R$ olmalıdır.

$\sqrt[6]{x+10} \in R \Rightarrow x+10 \geq 0 \Rightarrow x \geq -10$ dur. ...(I)

$\sqrt{6-2x} \in R \Rightarrow 6-2x \geq 0 \Rightarrow -2x \geq -6$

$$\Rightarrow \frac{-2x}{-2} \leq \frac{-6}{-2} \Rightarrow x \leq 3 \text{ olur. ... (II)}$$

(I) ve (II) koşullarını sağlayan x değerleri istendiğine göre,

$x \geq -10$ veya $x \leq 3$ ise $-10 \leq x \leq 3$ tür.

B. KÖKLÜ İFADENİN ÜSLÜ İFADE BİÇİMİNDE YAZILMASI

KURAL

$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ dir.

ÖRNEK

$\sqrt[7]{3^5} = 3^{\frac{5}{7}}$

ÖRNEK

$\sqrt{8} = \sqrt[2]{2^3} = 2^{\frac{3}{2}}$ tür.

ÖRNEK

$\sqrt[7]{-8} = \sqrt[7]{(-2)^3} = (-2)^{\frac{3}{7}}$ dir.

KURAL

$a \geq 0$ ise $\sqrt[m]{a^m} = a$ dır.

ÖRNEK

$\sqrt[9]{4^9} = 4$

ÖRNEK

$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

ÖRNEK

$\sqrt{0} = \sqrt[2]{0^2} = 0$

KURAL

m tek sayı ise $\sqrt[m]{a^m} = a$ dır.

ÖRNEK

$\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1^3} = 1$

ÖRNEK

$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$

ÖRNEK

$\sqrt[13]{0} = \sqrt[13]{0^{13}} = 0$

KURAL

m çift sayı ise $\sqrt[m]{a^m} = |a|$ dır.

ÖRNEK

$\sqrt{25} = \sqrt[2]{5^2} = |5| = 5$

ÖRNEK

$\sqrt[12]{(-24)^{12}} = |-24| = 24$

ÖRNEK

$\sqrt[8]{2^8} = \sqrt[8]{\dfrac{1}{2^8}} = \sqrt[8]{(\dfrac{1}{2})^8} = \left|\dfrac{1}{2}\right| = \dfrac{1}{2}$

ÖRNEK

$\sqrt{x} = |x|$ olduğuna göre, $\sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{(-4)^4}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{(-4)^4} = \sqrt[5]{(-2)^5} + \sqrt[4]{(-4)^4} = -2 + |-4|$

$= -2 + |-4| = -2 + 4 = 2$ dir.

ÖRNEK

$\sqrt{(\pi-3)^2} + \sqrt{(\pi-7)^2}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt{(\pi-3)^2} + \sqrt{(\pi-7)^2} = |\pi-3| + |\pi-7|$

$= \pi - 3 + [-(\pi-7)]$

$= \pi - 3 - \pi + 7 = 4$

ÖRNEK

$a < 0 < b$ olmak üzere

$\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt[4]{(b-a)^4}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$a < 0 < b$ olduğuna göre, $a - b < 0$ ve $b - a > 0$ dır.

Buna göre,

$\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt[4]{(b-a)^4} = |a-b| - |b-a|$

$= -(a-b) - (b-a)$

$= -a + b - b + a = 0$

KURAL

k bir doğal sayı ve $a > 0$ olmak üzere,

$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[k.m]{a^{k.n}}$ dir.

ÖRNEK

$\sqrt[3]{3^2} = \sqrt[2.3]{3^{2.2}} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[6]{81}$ dir.

ÖRNEK

$\sqrt{5} = \sqrt[2]{5^1} = \sqrt[3.2]{5^{3.1}} = \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{125}$

ÖRNEK

$\sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4^1} = \sqrt[3.5]{4^{3.1}} = \sqrt[15]{64}$

KURAL

k bir doğal sayı ve $a > 0$ olmak üzere,

$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[\frac{m}{k}]{a^{\frac{n}{k}}}$ dir.

ÖRNEK

$$\sqrt[6]{7^{10}}=\sqrt[\frac{6}{2}]{7^{\frac{10}{2}}}=\sqrt[3]{7^5}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[6]{8}=\sqrt[6]{2^3}=\sqrt[\frac{6}{3}]{2^{\frac{3}{3}}}=\sqrt[2]{2^1}=\sqrt{2}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[8]{36}=\sqrt[8]{6^2}=\sqrt[\frac{8}{2}]{6^{\frac{2}{2}}}=\sqrt[4]{6^1}=\sqrt[4]{6}$$

C. BİR SAYIYI KÖK İÇİNE ALMA VEYA KÖK DIŞINA ÇIKARMA

KURAL

$t>0$ olmak üzere, $t.\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{t^n.a}$ dır.

ÖRNEK

$$2.\sqrt{5}=\sqrt{2^2.5}=\sqrt{4.5}=\sqrt{20}$$

ÖRNEK

$$2.\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{2^3.5}=\sqrt[3]{8.5}=\sqrt[3]{40}$$

ÖRNEK

$$\frac{1}{2}.\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{(\frac{1}{2})^3.16}=\sqrt[3]{\frac{1}{8}.16}=\sqrt[3]{2}$$

ÖRNEK

$$(-2).\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{(-2)^3.2}=\sqrt[3]{(-8).2}=\sqrt[3]{-16}$$

ÖRNEK

$$(-1).\sqrt[5]{3}=\sqrt[5]{(-1)^5.3}=\sqrt[5]{(-1).3}=\sqrt[5]{-3}$$

KURAL

n tek sayı olmak üzere, $\sqrt[n]{t^n.a}=t.\sqrt[n]{a}$ dır.

ÖRNEK

$$\sqrt[3]{250}=\sqrt[3]{125.2}=\sqrt[3]{5^3.2}=5.\sqrt[3]{2}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[3]{-32}=\sqrt[3]{-8.4}=\sqrt[3]{(-2)^3.4}=-2.\sqrt[3]{4}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{20}=\sqrt{4.5}=\sqrt{2^2.5}=2.\sqrt{5}$$

D. KÖKLÜ SAYILARLA YAPILAN İŞLEMLER

1. Toplama ve Çıkarma İşlemi

Köklerin dereceleri ve içi eşit olan ifadeler, toplanırken ya da çıkarılırken; katsayılar toplanır ya da çıkarılır, sonuç köklü ifadeye katsayı olarak yazılır.

$a.\sqrt[n]{x}+b.\sqrt[n]{x}-c.\sqrt[n]{x}=(a+b-c).\sqrt[n]{x}$ tir.

ÖRNEK

$4\sqrt{2}-\sqrt{2}=4.\sqrt{2}-1.\sqrt{2}=(4-1).\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

ÖRNEK

$6\sqrt{3}+2\sqrt{3}-7\sqrt{3}=(6+2-7).\sqrt{3}=1.\sqrt{3}=\sqrt{3}$

ÖRNEK

$$\sqrt{27}+\sqrt{12}=\sqrt{9.3}+\sqrt{4.3}=\sqrt{3^2.2}+\sqrt{2^2.3}$$

$$=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}=(3+2).\sqrt{3}=5\sqrt{3}$$

ÖRNEK

$8\sqrt[3]{5}+3\sqrt[3]{5}=(8+3)\sqrt[3]{5}=11\sqrt[3]{5}$

ÖRNEK

$$\sqrt{0,08}+\sqrt{0,32}=\sqrt{(0,04).2}+\sqrt{(0,16).2}$$

$$=\sqrt{(0,2)^2.2}+\sqrt{(0,4)^2.2}$$

$$=(0,2).\sqrt{2}+(0,4).\sqrt{2}$$

$$=(0,2+0,4).\sqrt{2}=(0,6).\sqrt{2}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{0,27}-\sqrt{0,12}=\sqrt{\frac{27}{100}}-\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{9.3}{100}}-\sqrt{\frac{4.3}{100}}$$

$$=\sqrt{(\frac{3}{10})^2.3}-\sqrt{(\frac{2}{10})^2.3}=\frac{3}{10}\sqrt{3}-\frac{2}{10}\sqrt{3}$$

$$=(\frac{3}{10}-\frac{2}{10}).\sqrt{3}=\frac{1}{10}\sqrt{3}$$

UYARI

$a.b\neq 0$ ve $a\neq b$ olmak üzere,

- $\sqrt{a^2+b^2}\neq a+b$
- $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$
- $\sqrt{a^2-b^2}\neq a-b$
- $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$ dir.

ÖRNEK

$\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{1}{4}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\sqrt{\underset{(4)}{\frac{4}{9}}+\underset{(9)}{\frac{1}{4}}}=\sqrt{\frac{16}{36}+\frac{9}{36}}=\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$$

2. Çarpma İşlemi

Köklerinin dereceleri aynı olan sayılar çarpılırken, aynı kök içinde çarpma işlemi yapılır.

n çift sayı ve $x,y\in R^+$ ise $\sqrt[n]{x}.\sqrt[n]{y}=\sqrt[n]{x.y}$ dir.

Köklerinin dereceleri aynı olmayan sayılar çarpılmadan önce, köklerinin dereceleri eşitlenir. Sonra çarpma yapılır.

ÖRNEK

$\sqrt{3}.\sqrt{2}=\sqrt{3.2}=\sqrt{6}$

ÖRNEK

$\sqrt{2}.\sqrt{18}=\sqrt{2.18}=\sqrt{36}=6$

ÖRNEK

$(2\sqrt{3}).(-3\sqrt{2}) = 2.(-3)\sqrt{3.2} = -6\sqrt{6}$

ÖRNEK

$(-2).\sqrt{3}.(-5)\sqrt{12}) = [(-2).(-5)]\sqrt{3.12} = 10\sqrt{36}$

$= 10.6 = 60$

ÖRNEK

$\sqrt[3]{4}.\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{4.2.5} = \sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{8.5} = \sqrt[3]{2^3.5} = 2\sqrt[3]{5}$

ÖRNEK

$(8\sqrt{2}).(5\sqrt{2}) = 8.5(\sqrt{2})^2 = 40.2 = 80$

ÖRNEK

$\sqrt{3}.\sqrt[3]{5} = \sqrt[2]{3^1}.\sqrt[3]{5^1} = \sqrt[2.3]{3^{1.3}}.\sqrt[3.2]{5^{1.2}} = \sqrt[6]{3^3}.\sqrt[6]{5^2}$

$= \sqrt[6]{27}.\sqrt[6]{25} = \sqrt[6]{27.25} = \sqrt[6]{675}$

ÖRNEK

$\sqrt{3}.(\sqrt{0{,}03} - \sqrt{0{,}12})$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$\sqrt{3}.(\sqrt{0{,}03} - \sqrt{0{,}12}) = \sqrt{3}.\sqrt{0{,}03} - \sqrt{3}.\sqrt{0{,}12})$

$= \sqrt{3.(0{,}03)} - \sqrt{3.(0{,}12)}$

$= \sqrt{0{,}09} - \sqrt{0{,}36}$

$= 0{,}3 - 0{,}6 = -0{,}3$

ÖRNEK

$40^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}}.15^{\frac{1}{3}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$40^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}}.15^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{3^2}.\sqrt[3]{15} = \sqrt[3]{8.5} + \sqrt[3]{3^2}.\sqrt[3]{3.5}$

$= \sqrt[3]{2^3.5} + \sqrt[3]{3^2.3.5} = \sqrt[3]{2^3.5} + \sqrt[3]{3^3.5}$

$= 2.\sqrt[3]{5} + 3.\sqrt[3]{5} = 5.\sqrt[3]{5}$

ÖRNEK

$(\sqrt{8} + \sqrt{2}).(\sqrt{32} - \sqrt{18})$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$(\sqrt{8} + \sqrt{2}).(\sqrt{32} - \sqrt{18})$

$= (\sqrt{4.2} + \sqrt{2}).(\sqrt{16.2} - \sqrt{9.2})$

$= (\sqrt{2^2.2} + \sqrt{2}).(\sqrt{4^2.2} - \sqrt{3^2.2})$

$= (2\sqrt{2} + 1\sqrt{2}).(4\sqrt{2} - 3\sqrt{2})$

$= 3\sqrt{2}.1\sqrt{2} = 3.2 = 6$

3. Bölme İşlemi

Köklerinin dereceleri aynı olan sayılar bölünürken; kök aynen alınır, sayıların bölümü kök içine yazılır.

n çift sayı, $x, y \in R^+$ ve $y \neq 0$ ise $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$ dir.

Kök dereceleri aynı olmayan sayılar bölünmeden önce, köklerinin dereceleri eşitlenir.

ÖRNEK

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\frac{8}{4}}=\sqrt{2}$$

ÖRNEK

$$\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[3]{\frac{24}{3}}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$$

ÖRNEK

$$\sqrt{\frac{8}{3}}:\sqrt{\frac{8}{27}}=\sqrt{\frac{8}{3}:\frac{8}{27}}=\sqrt{\frac{8}{3}.\frac{27}{8}}=\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}=3$$

ÖRNEK

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{9}}=\frac{\sqrt[2]{3^1}}{\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt[3.2]{3^{3.1}}}{\sqrt[2.3]{3^{2.2}}}=\frac{\sqrt[6]{3^3}}{\sqrt[6]{3^4}}=\sqrt[6]{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[6]{3}}$$

ÖRNEK

$0<a<b$ olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{a^3.b^5}}{\sqrt{a^5.b^3}}=\sqrt{\frac{a^3.b^5}{a^5.b^3}}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{(\frac{b}{a})^2}=\left|\frac{b}{a}\right|=\frac{b}{a}$$

ÖRNEK

$\dfrac{\sqrt{111}}{\sqrt{9,99}-\sqrt{4,44}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{9,99}-\sqrt{4,44}}=\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{111.0,09}-\sqrt{111.0,04}}$$

$$=\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{111}.\sqrt{0,09}-\sqrt{111}.\sqrt{0,04}}$$

$$=\frac{\sqrt{111}}{\sqrt{111}.\left(\sqrt{0,09}-\sqrt{0,04}\right)}$$

$$=\frac{1}{0,3-0,2}=\frac{1}{0,1}=10 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$\dfrac{\sqrt{0,6}}{\sqrt{0,05}}.\dfrac{\frac{10}{\sqrt{10}}}{2}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{\sqrt{0,6}}{\sqrt{0,05}}.\frac{\frac{10}{\sqrt{10}}}{2}=\frac{\sqrt{0,6}}{\sqrt{0,05}}.\frac{\frac{\sqrt{10}.\sqrt{10}}{\sqrt{10}}}{2}=\sqrt{\frac{60}{5}}.\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$=\sqrt{12}.\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{4.3}.\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$=2\sqrt{3}.\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{3}.\sqrt{10}=\sqrt{30}$$

ÖRNEK

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{12}+3.\sqrt{75}}{\sqrt{27}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{4.3}+3.\sqrt{25.3}}{\sqrt{9.3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3.5\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+15\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{18\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=6$$

4. Paydayı Rasyonel Yapma

Paydasında köklü terim bulunan bir kesrin paydasını kökten kurtarma işlemine paydayı rasyonel yapma denir.

KURAL

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2.\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

ÖRNEK

$$\frac{6}{\sqrt{6}} = \frac{6.\sqrt{6}}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6}}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = \frac{6\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6}$$

KURAL

$$\frac{x}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{x.\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b} \text{ dir.}$$

UYARI

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right) = a-b \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2.\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)} = \frac{2.\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1}$$

$$= \frac{2.\left(\sqrt{3}-1\right)}{2} = \sqrt{3}-1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\underset{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}} - \frac{1}{\underset{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{7-2} - \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{7-2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}-\sqrt{7}+\sqrt{2}}{5}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{5} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$\frac{15}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{2}}$$

ÖRNEK

$$\frac{15}{\underset{\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}} - \frac{6}{\underset{\left(\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}} = \frac{15\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{18-3} - \frac{6.\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{15\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{15} - \frac{6.\sqrt{2}}{2}$$

$$= 3\sqrt{2}+\sqrt{3}-3\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}+\sqrt{3}-3\sqrt{2} = \sqrt{3}$$

ÖRNEK

$\dfrac{3}{\sqrt{21}-\sqrt{18}}+\dfrac{3}{\sqrt{21}+\sqrt{18}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\underset{(\sqrt{21}+\sqrt{18})}{\dfrac{3}{\sqrt{21}-\sqrt{18}}}+\underset{(\sqrt{21}-\sqrt{18})}{\dfrac{3}{\sqrt{21}+\sqrt{18}}}$$

$$=\frac{3.\left(\sqrt{21}+\sqrt{18}\right)+3.\left(\sqrt{21}-\sqrt{18}\right)}{21-18}$$

$$=\frac{3\sqrt{21}+3\sqrt{18}+3\sqrt{21}-3\sqrt{18}}{3}$$

$$=\frac{6\sqrt{21}}{3}=2\sqrt{21}$$

ÖRNEK

$\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}-\sqrt{7}$

işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\underset{(\sqrt{5}-2)}{\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}}+\underset{(\sqrt{6}-\sqrt{5})}{\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}}+\underset{(\sqrt{7}-\sqrt{6})}{\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}}-\sqrt{7}$$

$$=\frac{\sqrt{5}-2}{5-4}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{7-6}-\sqrt{7}$$

$$=\sqrt{5}-2+\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{6}-\sqrt{7}=-2$$

bulunur.

ÖRNEK

$\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\underset{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{5}.\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{3-2}$$

$$=\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{1}=\sqrt{15}-\sqrt{10}$$

ÖRNEK

$\dfrac{\sqrt{12}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{5}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{\sqrt{12}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{5}}=\frac{\dfrac{\sqrt{12}.\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{5}}=\frac{\dfrac{\sqrt{36}-1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{5}}=\frac{\dfrac{6-1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{5}}$$

$$=\frac{5}{\sqrt{3.5}}=\underset{(\sqrt{15})}{\frac{5}{\sqrt{15}}}=\frac{5\sqrt{15}}{15}=\frac{\sqrt{15}}{3}$$

E. İÇ İÇE KÖKLER

KURAL

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m.n]{a}$$

$$\sqrt[m]{a\sqrt[n]{b}}=\sqrt[m.n]{a^{n}.b}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[3]{\sqrt[6]{2}} = \sqrt[3.6]{2} = \sqrt[18]{2}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{5}} = \sqrt[3.2]{5} = \sqrt[6]{5}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{3}}} = \sqrt[2.2.2]{3} = \sqrt[8]{3}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^3.\frac{1}{2}}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{2^2}} = \sqrt[2.3]{2^{2.1}} = \sqrt[3]{2}$$

ÖRNEK

$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ ifadesinin eşitini bulalım.

ÇÖZÜM

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{2^2.2\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^6.2}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^7}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{2^7}}} = \sqrt[2.2.2]{2^7} = \sqrt[8]{2^7}$$

ÖRNEK

$\sqrt[7]{8\sqrt[3]{a}} = \sqrt[7]{8.\sqrt[3]{2}}$ olduğuna göre, a' yı bulalım

ÇÖZÜM

$$\sqrt[7]{8\sqrt[3]{a}} = \sqrt[7]{8.\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \sqrt[7]{8}.\sqrt[7]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[7]{8}.\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[7]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt[7.3]{a} = \sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[21]{a} = \sqrt[7.3]{2^{7.1}} \Rightarrow \sqrt[21]{a} = \sqrt[21]{2^7}$$

$$\Rightarrow a = 2^7$$

ÖRNEK

$$\sqrt{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2}).(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = |\sqrt{3}+\sqrt{2}| = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

ÖRNEK

$$\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}.\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}}{\sqrt[6]{\sqrt{2}+1}} = \frac{\sqrt[2.6]{(\sqrt{2}+1)^{1.6}}.\sqrt[3.4]{(\sqrt{2}-1)^{1.4}}}{\sqrt[6.2]{(\sqrt{2}+1)^{1.2}}}$$

$$= \frac{\sqrt[12]{(\sqrt{2}+1)^6}.\sqrt[12]{(\sqrt{2}-1)^4}}{\sqrt[12]{(\sqrt{2}+1)^2}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{(\sqrt{2}+1)^6.(\sqrt{2}-1)^4}{(\sqrt{2}+1)^2}}$$

$$= \sqrt[12]{(\sqrt{2}+1)^4.(\sqrt{2}-1)^4}$$

$$= \sqrt[12]{[(\sqrt{2}+1).(\sqrt{2}-1)]^4}$$

$$= \sqrt[12]{(2-1)^4} = \sqrt[12]{1^4}$$

$$= \sqrt[12]{1} = 1$$

KURAL

$$\underbrace{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{\ldots\sqrt{a}}}}}}_{n \text{ tane}} = a^{\frac{2^n-1}{2^n}}$$

ÖRNEK

$$\underbrace{\sqrt{16\sqrt{16\sqrt{16\sqrt{16\sqrt{16\sqrt{16}}}}}}}_{6 \text{ tane}} = 16^{\frac{2^6-1}{2^6}} = 16^{\frac{63}{64}}$$

$$= (2^4)^{\frac{63}{64}} = 2^{4.\frac{63}{64}} = 2^{\frac{63}{16}}$$

$$= \sqrt[16]{2^{63}}$$

KURAL

$x = a + b$, $y = a.b$ ve $a > b$ olmak üzere,

$\sqrt{x + 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ dir.

$\sqrt{x - 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ dir.

ÖRNEK

$$\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2) - 2\sqrt{2.3}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(2+1) + 2\sqrt{2.1}} = \sqrt{2} + \sqrt{1} = \sqrt{2} + 1$$

ÖRNEK

$$\sqrt{11 - \sqrt{96}} = \sqrt{11 - \sqrt{4.24}} = \sqrt{11 - 2.\sqrt{96}}$$

$$= \sqrt{(8+3) - 2.\sqrt{8.3}} = \sqrt{8} - \sqrt{3}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{8 + 2.2\sqrt{3}} = \sqrt{8 + 2.\sqrt{2^2.3}}$$

$$= \sqrt{8 + 2.\sqrt{12}} = \sqrt{(6+2) + 2.\sqrt{6.2}}$$

$$= \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

ÖRNEK

$\sqrt{5 - \sqrt{21}} - \sqrt{5 + \sqrt{21}}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

İşlemi verilen kurala göre sonuçlandıralım.

$$\sqrt{5 - \sqrt{21}} - \sqrt{5 + \sqrt{21}}$$

$$= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{21}}{1}} - \sqrt{\frac{5 + \sqrt{21}}{1}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.(5 - \sqrt{21})}{2.1}} - \sqrt{\frac{(5 + \sqrt{21})}{2.1}}$$

$$= \sqrt{\frac{10 - 2\sqrt{21}}{2}} - \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{21}}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{21}}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{(7+3) - 2.\sqrt{7.3}}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{(7+3) + 2.\sqrt{7.3}}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}-\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{3}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-2\sqrt{6}}{2} = -\sqrt{6}$$

ÖRNEK

$\sqrt[4]{9+2\sqrt{20}}.\sqrt{\sqrt{5}-2}$ işleminin sonucunu bulalım.

ÇÖZÜM

$$\sqrt[4]{9+2\sqrt{20}} = \sqrt{\sqrt{9+2\sqrt{20}}} = \sqrt{\sqrt{5+4+2\sqrt{5.4}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{\sqrt{5}+2}$$

Buna göre,

$$\sqrt[4]{9+2\sqrt{20}}.\sqrt{\sqrt{5}-2} = \sqrt{\sqrt{5}+2}.\sqrt{\sqrt{5}-2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$$

$$= \sqrt{5-4} = \sqrt{1} = 1$$

KURAL

$$\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a+...}}} = \frac{\sqrt{4a+1}+1}{2}$$

$$\sqrt{a-\sqrt{a-\sqrt{a-...}}} = \frac{\sqrt{4a+1}-1}{2}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}} = \frac{\sqrt{4.6+1}+1}{2} = \frac{\sqrt{25}+1}{2}$$

$$= \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

ÖRNEK

$$\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-...}}} = \frac{\sqrt{4.6+1}-1}{2} = \frac{\sqrt{25}-1}{2}$$

$$= \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

SONUÇ

$a \in R^+$ olmak üzere, aşağıdaki özellikler sağlanır.

$$\sqrt{a.(a+1)+\sqrt{a.(a+1)+\sqrt{a.(a+1)+...}}} = a+1$$

$$\sqrt{a.(a+1)-\sqrt{a.(a+1)-\sqrt{a.(a+1)-...}}} = a$$

ÖRNEK

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}} = \sqrt{2.3+\sqrt{2.3+\sqrt{2.3+...}}}$$

$$= \sqrt{2.(2+1)+\sqrt{2.(2+1)+\sqrt{2.(2+1)+...}}}$$

$= 2+1 = 3$ tür.

ÖRNEK

$$\sqrt{20-\sqrt{20-\sqrt{20-...}}}$$

$= \sqrt{4.(4+1)-\sqrt{4.(4+1)-\sqrt{4.(4+1)-...}}} = 4$ tür.

KURAL

$$\sqrt[n]{a.\sqrt[n]{a.\sqrt[n]{a....}}} = \sqrt[n-1]{a}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[4]{8.\sqrt[4]{8.\sqrt[4]{8....}}} = \sqrt[4-1]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

ÖRNEK

$$\sqrt[3]{5.\sqrt[3]{5.\sqrt[3]{5....}}} = \sqrt[3-1]{5} = \sqrt[2]{5} = \sqrt{5}$$

ÖRNEK

$$\sqrt{7.\sqrt{7.\sqrt{7....}}} = \sqrt[2-1]{7} = 7$$

KURAL

$$\sqrt[n]{a:\sqrt[n]{a:\sqrt[n]{a:...}}} = \sqrt[n+1]{a}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[4]{8:\sqrt[4]{8:\sqrt[4]{8....}}} = \sqrt[4+1]{8} = \sqrt[5]{8}$$

ÖRNEK

$$\sqrt[4]{32:\sqrt[4]{32:\sqrt[4]{32:...}}} = \sqrt[4+1]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

ÖRNEK

$\sqrt[4]{a:\sqrt[4]{a:\sqrt[4]{a....}}} = 9$ olduğuna göre, a' yı bulalım.

ÇÖZÜM

$$\sqrt[4]{a:\sqrt[4]{a:\sqrt[4]{a....}}} = 9 \Rightarrow \sqrt[5]{a} = 9 \Rightarrow \sqrt[5]{a} = 3^2$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt[5]{a}\right)^5 = \left(3^2\right)^5 \Rightarrow a = 3^{10}$$

ÖRNEK

$$\frac{a-\sqrt{72-\sqrt{72-\sqrt{72-...}}}}{\sqrt[3]{16.\sqrt[3]{16.\sqrt[3]{16....}}}} = 3$$

olduğuna göre a' yı bulalım.

ÇÖZÜM

$$\frac{a-\sqrt{72-\sqrt{72-\sqrt{72-...}}}}{\sqrt[3]{16.\sqrt[3]{16.\sqrt[3]{16....}}}} = 3$$

$$\frac{a-\sqrt{8.9-\sqrt{8.9-\sqrt{8.9-...}}}}{\sqrt[3-1]{16}} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{a-8}{\sqrt{16}} = 3 \Rightarrow \frac{a-8}{4} = 3$$

$$\Rightarrow a-8 = 12 \Rightarrow a = 20$$

F. KÖKLÜ SAYILARDA SIRALAMA

KURAL

Kök dereceleri eşit olan sayılarda, kök içindeki sayıların büyüklüğüne göre sıralama yapılır.

$a < b < c$ ise $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{c}$

Kök dereceleri eşit değilse, eşitlenerek sıralama yapılır.

ÖRNEK

$12 < 18 < 20$ olduğuna göre $\sqrt{12} < \sqrt{18} < \sqrt{20}$ dir.

ÖRNEK

$-8 < -4 < -2$ olduğuna göre $\sqrt[3]{-8} < \sqrt[3]{-4} < \sqrt[3]{-2}$ dir.

ÖRNEK

$a = \sqrt[20]{32} = \sqrt[20]{2^5} = \sqrt[4]{2}$

$b = \sqrt[16]{3^8} = \sqrt[4.4]{3^{4.2}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4]{9}$

$c = \sqrt[36]{4^9} = \sqrt[9.4]{4^{9.1}} = \sqrt[4]{4^1} = \sqrt[4]{4}$

olduğuna göre, $b > c > a$ olur.

ÖRNEK

$a = \sqrt[3]{4}$, $b = \sqrt[4]{6}$, $c = \sqrt[12]{220}$

olduğuna göre; a, b ve c sayılarını sıralayalım.

ÇÖZÜM

Verilen ifadelerin kök dereceleri sırasıyla 3, 4 ve 12 dir.

E.K.O.K. (3;4;12) = 12 olduğu için kök dereceleri 12 ye genişletilerek eşitlenir.

$a = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3.4]{4^{1.4}} = \sqrt[12]{256}$

$b = \sqrt[4]{6} = \sqrt[4.3]{6^3} = \sqrt[12]{216}$

$c = \sqrt[12]{220}$

Buna göre, $256 > 220 > 216$ olduğundan, $a > c > b$ dir.

UYARI

Kök içleri eşit olan pozitif köklü çokluklarda, kök derecesi küçük olan köklü çokluk diğerlerinden büyüktür. Negatif olanlarda ise durum tam tersinedir.

ÖRNEK

$\sqrt[7]{5} < \sqrt[3]{5} < \sqrt{5}$

ÖRNEK

$\sqrt[11]{-5} > \sqrt[9]{-5} > \sqrt[7]{-5}$

ÇÖZÜMLÜ SORULAR

1. $\sqrt[4]{3-x} + \sqrt{x+4}$ toplamının reel sayı belirtmesi için x in alabileceği değerlerin oluşturduğu en geniş aralığı bulunuz.

Çözüm:

$\sqrt[4]{3-x} + \sqrt{x+4}$ toplamının bir reel sayı belirtmesi için,

$\sqrt[4]{3-x} \in R$ ve $\sqrt{x+4} \in R$ olmalıdır.

$\sqrt[4]{3-x} \in R$ ise $3-x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq x \Rightarrow x \leq 3$ tür. ... (I)

$\sqrt{x+4} \in R$ ise $x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$ tür. ... (II)

(I) ve (II) sonuçları birlikte göz önüne alınırsa,

$x \leq 3$ ve $x \geq -4$ ise $-4 \leq x \leq 3$ tür.

Buna göre; x sayısı $[-4,3]$ aralığında olmalıdır. Yani x in alabileceği değerlerin oluşturduğu en geniş aralık $[-4,3]$ tür.

2. $a < b < 0$ olduğuna göre,

$$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt[3]{a^3}-\sqrt[4]{b^4}$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

n çift sayı ise $\sqrt[n]{x^n}=|x|$

n tek sayı ise $\sqrt[n]{x^n}=x$ tir.

$a<b<0 \Rightarrow a-b<0$ dır.

$$\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|=-(a-b)=-a+b$$

$\sqrt[4]{b^4}=|b|=-b$ dir.

Buna göre,

$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt[3]{a^3}-\sqrt[4]{b^4}=-a+b+a-(-b)=2b$ olur.

3. $\dfrac{\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{25}-\sqrt{49}}{\sqrt{(-3)^2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{25}-\sqrt{49}}{\sqrt{(-3)^2}}=\frac{\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{5^2}-\sqrt{7^2}}{\sqrt{(-3)^2}}$$

$$=\frac{|-4|+|5|-|7|}{|-3|}$$

$=\dfrac{4+5-7}{3}=\dfrac{2}{3}$ tür.

4. Aşağıdakilerden hangisinin yaklaşık değeri bilinirse $\sqrt{288}$ sayısının yaklaşık değeri hesaplanabilir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

Çözüm:

$$288=2.2.2.2.2.3.3=2^2.2^2.2.3^2$$

$$\sqrt{288}=\sqrt{2^2.2^2.2.3^2}=2.2.3\sqrt{2}=12\sqrt{2}$$

olduğuna göre, $\sqrt{288}$ sayısının yaklaşık değerinin hesaplanabilmesi için $\sqrt{2}$ nin yaklaşık değerinin bilinmesi gerekir.

5. $25^n=3$ olduğuna göre, 125^n in pozitif değeri kaçtır?

Çözüm:

$25^n=3$ ise $(5^2)^n=3 \Rightarrow (5^n)^2=3 \Rightarrow 5^n=\sqrt{3}$ tür.

$125^n=(5^3)^n=(5^n)^3=(\sqrt{3})^3=3\sqrt{3}$ olur.

6. $\sqrt{2+\dfrac{1}{4}}+\sqrt{3-\dfrac{2}{9}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{2+\frac{1}{4}}+\sqrt{3-\frac{2}{9}}=\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt{\frac{25}{9}}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2}$$

$$=\underset{(3)}{\frac{3}{2}}+\underset{(2)}{\frac{5}{3}}=\frac{9+10}{6}=\frac{19}{6}$$

7. $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[2]{3^1}\cdot\sqrt[3]{2^1}=\sqrt[3.2]{3^{3.1}}\cdot\sqrt[2.3]{2^{2.1}}$$

$$=\sqrt[6]{3^3}\cdot\sqrt[6]{2^2}=\sqrt[6]{27}\cdot\sqrt[6]{4}=\sqrt[6]{27.4}$$

$=\sqrt[6]{108}$ olur.

8. $\sqrt{2}=a$ ve $\sqrt{3}=b$ olduğuna göre $\sqrt{54}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a.b^2$ B) $a^2.b$ C) $a.b^3$

D) $a^3.b$ E) $a^2.b^3$

Çözüm:

$$\sqrt{54}=\sqrt{2.3^3}=\sqrt{2}.\sqrt{3^3}=\left(\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}\right)^3=a.b^3$$

9. $\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\left(\sqrt{2}+2\right)=\sqrt{2}.\sqrt{2}+\sqrt{2}.2-1.\sqrt{2}-1.2$$

$$=2+2\sqrt{2}-\sqrt{2}-2=\sqrt{2}$$

10. $\dfrac{\sqrt{4,24}}{2}\cdot\dfrac{6}{\sqrt{1,06}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{4,24}}{2}\cdot\frac{6}{\sqrt{1,06}}=\frac{\sqrt{4.1,06}}{2}\cdot\frac{6}{\sqrt{1,06}}=\frac{\sqrt{4}.\sqrt{1,06}}{2}\cdot\frac{6}{\sqrt{1,06}}$$

$$=\frac{2.6}{2}=6$$

11. $\sqrt{49x^2+49}-\sqrt{36x^2+36}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+1$ B) $x-1$ C) $\sqrt{x^2+1}$

D) $\sqrt{x}$ E) x

Çözüm:

$$\sqrt{49x^2+49}-\sqrt{36x^2+36}$$

$$=\sqrt{49.(x^2+1)}-\sqrt{36.(x^2+1)}$$

$$=7\sqrt{x^2+1}-6\sqrt{x^2+1}$$

$$=(7-6).\sqrt{x^2+1}=1.\sqrt{x^2+1}$$

$$=\sqrt{x^2+1}$$

12. $\sqrt{3,6}-\sqrt{2,5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{3,6}-\sqrt{2,5}=\sqrt{\frac{36}{10}}-\sqrt{\frac{25}{10}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{10}}-\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{10}}$$

$$=\frac{6-5}{\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{1.\sqrt{10}}{\sqrt{10}.\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

13. $\dfrac{5}{\sqrt[3]{25}}$ sayısının en sade aşağıdakilerden hangsidir?

A) $\sqrt[3]{5}$ B) $\sqrt[3]{25}$ C) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{5}$

D) $\dfrac{\sqrt[3]{25}}{5}$ E) 1

Çözüm:

$\dfrac{5}{\sqrt[3]{25}}=\dfrac{5}{\sqrt[3]{5^2}}$ sayısının paydası küp köklüdür.

Paydayı rasyonel yapabilmek için kökün içini küp köke tamamlayalım. Bunun için pay ve paydayı $\sqrt[3]{5}$ ile çarpalım.

$$\frac{5}{\sqrt[3]{25}}=\frac{5.\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{25}.\sqrt[3]{5}}=\frac{5.\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{5.\sqrt[3]{5}}{5}=\sqrt[3]{5}$$

14. $\sqrt{24}-\sqrt{\frac{3}{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{24}-\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{2^2.6}-\sqrt{\frac{3.2}{2.2}}=2.\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$=(2-\frac{1}{2}).\sqrt{6}=\frac{3}{2}\sqrt{6}$$

15. $x.\sqrt{1{,}2}=\sqrt{0{,}2}$ olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm:

$$x.\sqrt{1{,}2}=\sqrt{0{,}2}\Rightarrow x.\sqrt{\frac{12}{10}}=\sqrt{\frac{2}{10}}\Rightarrow x=\sqrt{\frac{2}{10}}.\sqrt{\frac{10}{12}}$$

$$\Rightarrow x=\sqrt{\frac{2}{10}.\frac{10}{12}}\Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow x=\frac{1.\sqrt{6}}{\sqrt{6}.\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}\text{ olur.}$$

16. $\sqrt{3}$ sayısı $\sqrt{3}-1$ sayısının kaç katıdır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}.(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1).(\sqrt{3}+1)}=\frac{\sqrt{9}+\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2-1}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

17. $2^a=3$ olduğuna göre $\sqrt{2^{1-4a}}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$2^a=3 \text{ ise } \sqrt{2^{1-4a}}=\sqrt{\frac{2}{2^{4a}}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(2^a)^4}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3^4}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{81}}=\frac{\sqrt{2}}{9}\text{ olur.}$$

18. $\sqrt[3]{\sqrt{28}-1}.\sqrt[3]{\sqrt{28}+1}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt[3]{\sqrt{28}-1}.\sqrt[3]{\sqrt{28}+1}=\sqrt[3]{\left(\sqrt{28}-1\right)\left(\sqrt{28}+1\right)}$$

$$=\sqrt[3]{\left(\sqrt{28}\right)^2-1^2}=\sqrt[3]{28-1}$$

$$=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=3$$

19. $\sqrt{a+2+\sqrt{8a}}-\sqrt{a}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{a+2+\sqrt{8a}}=\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{4.2.a}}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2.a}}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2.\sqrt{2}.\sqrt{a}}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{a}+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{a}+\sqrt{2}\text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\sqrt{a+2+\sqrt{8a}}-\sqrt{a}=\sqrt{a}+\sqrt{2}-\sqrt{a}=\sqrt{2}\text{ olur.}$$

20. $\frac{1}{\sqrt{2}-2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1.\left(\sqrt{2}-2\right)}{\left(\sqrt{2}-2\right).\sqrt{2}-2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-2}{2-4} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}-2}{-2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}-2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

21. $\left(1+\sqrt{7}\right).\sqrt{8-2\sqrt{7}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{8-2\sqrt{7}} = \sqrt{(7+1)-2\sqrt{7}.\sqrt{1}} = \sqrt{7}-\sqrt{1} = \sqrt{7}-1$$

olduğu için,

$$\left(1+\sqrt{7}\right).\sqrt{8-2\sqrt{7}} = \left(\sqrt{7}+1\right).\left(\sqrt{7}-1\right) = \left(\sqrt{7}\right)^2 - 1^2$$

$$= 7-1 = 6 \text{ dır.}$$

22. $\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{3+\sqrt{8}} + \sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{3+\sqrt{4.2}} + \sqrt{3-\sqrt{4.2}}$$

$$= \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{(2+1)+2\sqrt{2}} + \sqrt{(2+1)-2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2}+\sqrt{1}+\sqrt{2}-\sqrt{1} = 2\sqrt{2} \text{ dir.}$$

23. $\sqrt{4+\sqrt{15}} - \sqrt{4-\sqrt{15}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\sqrt{4+\sqrt{15}} - \sqrt{4-\sqrt{15}} = x$ olsun.

Buna göre,

$$x^2 = \left(\sqrt{4+\sqrt{15}} - \sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^2$$

$$= \left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^2 - 2.\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right).\left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right) + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^2$$

$$= 4+\sqrt{15} - 2.\sqrt{\left(4+\sqrt{15}\right).\left(4-\sqrt{15}\right)} + 4-\sqrt{15}$$

$$= 8-2.\sqrt{4^2-(\sqrt{15})^2} = 8-2.\sqrt{16-15}$$

$$= 8-2.\sqrt{1} = 8-2 = 6 \text{ dır.}$$

$x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$ veya $x = -\sqrt{6}$ dır.

$\sqrt{4+\sqrt{15}} > \sqrt{4-\sqrt{15}}$ olduğu için $x = -\sqrt{6}$ olamaz.

O halde $x = \sqrt{6}$ dır.

24. $\dfrac{2x-3}{1-\sqrt{3}} - 1 < \sqrt{3}$ eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

Çözüm:

$1 < \sqrt{3}$ olduğuna göre, $1-\sqrt{3} < 0$ dır.

$\dfrac{2x-3}{1-\sqrt{3}} - 1 < \sqrt{3}$ ise $\dfrac{2x-3}{1-\sqrt{3}} < \sqrt{3}+1$ olur.

$\dfrac{2x-3}{1-\sqrt{3}} < \sqrt{3}+1$ ise,

$$\Rightarrow \left(1-\sqrt{3}\right).\frac{2x-3}{1-\sqrt{3}} > \left(1-\sqrt{3}\right).\left(\sqrt{3}+1\right)$$

$$\Rightarrow 2x-3 > 1^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow 2x-3 > 1-3$$

$$\Rightarrow 2x-3 > -2 \Rightarrow 2x > -2+3$$

$$\Rightarrow 2x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow x > 0{,}5 \text{ tir.}$$

Buna göre, bu eşitsizliği sağlayan en küçük x tam sayısı 1 dir.

25. $0 < x < 1$ olmak üzere

$$a = \sqrt[4]{x^5} \quad , \quad b = \sqrt{x^3} \quad , \quad c = \sqrt[6]{x^7}$$

olduğuna göre, a, b, c sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:

$$a = \sqrt[4]{x^5} = \sqrt[3.4]{x^{3.5}} = \sqrt[12]{x^{15}}$$

$$b = \sqrt{x^3} = \sqrt[2]{x^3} = \sqrt[6.2]{x^{6.3}} = \sqrt[12]{x^{18}}$$

$$c = \sqrt[6]{x^7} = \sqrt[2.6]{x^{2.7}} = \sqrt[12]{x^{14}}$$

$0 < x < 1$ olduğu için, $x^{18} < x^{15} < x^{14}$ tür.

a,b ve c nin kök dereceleri eşit olduğuna göre,

$b < a < c$ olur.

26. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}} + \sqrt{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1.(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1 \text{ olup}$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}} + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-(\sqrt{2}+1)} + \sqrt{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-\sqrt{2}-1} + \sqrt{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{-1} + \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2}+1+\sqrt{2} = 1 \text{ dir.}$$

27. $\dfrac{\sqrt[3]{64.\sqrt[3]{64.\sqrt[3]{64\cdot\ldots}}}}{\sqrt{90+\sqrt{90+\sqrt{90+\ldots}}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt[3]{64.\sqrt[3]{64.\sqrt[3]{64\cdot\ldots}}}}{\sqrt{90+\sqrt{90+\sqrt{90+\ldots}}}} = \frac{\sqrt[3-1]{64}}{\sqrt{9.10+\sqrt{9.10+\sqrt{9.10+\ldots}}}}$$

$$= \frac{\sqrt{64}}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

28. $\sqrt{6.\sqrt{18.\sqrt[3]{8}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{6.\sqrt{18.\sqrt[3]{8}}} = \sqrt{6.\sqrt{18.\sqrt[3]{2^3}}} = \sqrt{6.\sqrt{18.2}}$$

$$= \sqrt{6.\sqrt{36}} = \sqrt{6.6} = \sqrt{36} = 6$$

29. $\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2 = \sqrt{7-2.2\sqrt{3}} - 2$$

$$= \sqrt{7-2.\sqrt{2^2.3}} - 2$$

$$= \sqrt{7-2\sqrt{4.3}} - 2$$

$$= \sqrt{(4+3)-2.\sqrt{4.3}} - 2$$

$$= \sqrt{4}-\sqrt{3}-2 = 2-\sqrt{3}-2$$

$$= -\sqrt{3}$$

30. 0,027 sayısının küp kökü kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{(0,3)^3} = 0,3$$

31. $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ sayısının çarpma işlemine göre tersi kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{1.\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{7-6} = \sqrt{7}-\sqrt{6}$$

32. $\sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$ ifadesi bir reel sayı belirttiğine göre, x kaçtır?

Çözüm:

$\sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$ toplamı bir reel sayı belirttiğine göre,

$\sqrt{x-3} \in R$ ve $\sqrt{3-x} \in R$ dir.

$\sqrt{x-3} \in R \Rightarrow x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$ tür. ... (I)

$\sqrt{3-x} \in R \Rightarrow 3-x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq x$ tir. ... (II)

(I) ve (II) eşitsizliğini birlikte sağlayan reel sayı $x = 3$ tür.

33. $\dfrac{\sqrt{2}.\sqrt{18}}{\sqrt{0,09}.\sqrt{0,04}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{2}.\sqrt{18}}{\sqrt{0,09}.\sqrt{0,04}} = \frac{\sqrt{2.18}}{\sqrt{(0,3)^2}.\sqrt{(0,2)^2}} = \frac{\sqrt{36}}{0,3.0,2}$$

$$= \frac{6}{0,06} = \frac{600}{6} = 100$$

34. $5^x = \sqrt{2}$ olduğuna göre, $(125)^x + 5^{x+2}$ kaçtır?

Çözüm:

$$(125)^x + 5^{x+2} = (5^3)^x + 5^x.5^2 = (5^x)^3 + 5^x.25$$

$$= (\sqrt{2})^3 + \sqrt{2}.25 = \sqrt{8} + 25\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{4.2} + 25\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 25\sqrt{2}$$

$$= 27\sqrt{2}$$

35. $\sqrt{7,2} + \sqrt{9,8}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{7,2} + \sqrt{9,8} = \sqrt{\frac{72}{10}} + \sqrt{\frac{98}{10}} = \sqrt{\frac{36}{5}} + \sqrt{\frac{49}{5}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{5}} + \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{6+7}{\sqrt{5}} = \frac{13}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{13.\sqrt{5}}{\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{5}} + \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{6+7}{\sqrt{5}} = \frac{13}{\sqrt{5}}$$

36. $\sqrt{50} + \sqrt{288} - \sqrt{800}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{50} + \sqrt{288} - \sqrt{800} = \sqrt{25.2} + \sqrt{144.2} - \sqrt{400.2}$$

$$= \sqrt{5^2.2} + \sqrt{12^2.2} - \sqrt{20^2.2}$$

$$= 5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 20\sqrt{2}$$

$$= (5+12-20).\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$$

37. $\sqrt{81}+\sqrt{(-5)^2}+\sqrt[3]{-64}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{81}+\sqrt{(-5)^2}+\sqrt[3]{-64}=\sqrt[2]{9^2}+\sqrt[2]{(-5)^2}+\sqrt[3]{(-4)^3}$$

$$=|9|+|-5|+(-4)=9+5-4$$

$$=10$$

38. $\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}}=\sqrt{\sqrt[3]{(\frac{2}{3})^3\cdot\frac{3}{2}}}=\sqrt[6]{\frac{8}{27}\cdot\frac{3}{2}}=\sqrt[6]{\frac{4}{9}}$$

$$=\sqrt[6]{(\frac{2}{3})^2}=\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

39. $\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}-\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}-\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}=\underset{(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}}+\underset{(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}}$$

$$=\frac{5.\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)+5.\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)}$$

$$=\frac{5\sqrt{7}-5\sqrt{2}+5\sqrt{7}+5\sqrt{2}}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$=\frac{10\sqrt{7}}{7-2}=\frac{10\sqrt{7}}{5}=2\sqrt{7}$$

40. $\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}-\frac{3}{\sqrt{3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\underset{(\sqrt{3}+1)}{\frac{1}{\sqrt{3}-1}}+\underset{(\sqrt{3}-1)}{\frac{1}{\sqrt{3}+1}}-\underset{(\sqrt{3})}{\frac{3}{\sqrt{3}}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}+\frac{\sqrt{3}-1}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}-\frac{3.\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{3-1}+\frac{\sqrt{3}-1}{3-1}-\frac{3.\sqrt{3}}{3}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{2}-\sqrt{3}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}=\sqrt{3}-\sqrt{3}=0$$

41. $\frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}}=\frac{\left(\sqrt{3}.\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=1$$

42. $a=\sqrt{10}-4$ olmak üzere,

$\frac{\sqrt{a^2}.\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[6]{a^6}.\sqrt[4]{a^4}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\sqrt{10}<4$ olduğu için, $a=\sqrt{10}-4<0$ dır.

$$\frac{\sqrt{a^2}.\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[6]{a^6}.\sqrt[4]{a^4}}=\frac{\sqrt[2]{a^2}.\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[6]{a^6}.\sqrt[4]{a^4}}=\frac{|a|.a}{|a|.|a|}=\frac{a}{-a}=-1$$

43. $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ sayısının toplama işlemine göre tersi kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2.2\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{2^2.3}}$$

$$=\sqrt{7+2\sqrt{4.3}}=\sqrt{(4+3)+2\sqrt{2^2.3}}$$

$$=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$$

olduğuna göre, $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ sayısının toplama işlemine göre tersi;

$-\sqrt{7+4\sqrt{3}}=-2-\sqrt{3}$ tür.

44. $\left(\sqrt{5}+1\right).\sqrt{6-2\sqrt{5}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5.1}}=\sqrt{5}-\sqrt{1}=\sqrt{5}-1$$

olduğu için

$$\left(\sqrt{5}+1\right).\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2$$

$$=5-1=4 \text{ olur.}$$

45. $\sqrt{\sqrt{5}+1}.\sqrt{\sqrt{5}-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sqrt{\sqrt{5}+1}.\sqrt{\sqrt{5}-1}=\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-1^2}=\sqrt{5-1}=\sqrt{4}=2$$

46. $x.\sqrt{2,5}=\sqrt{10}$ olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm:

$$x.\sqrt{2,5}=\sqrt{10}\Rightarrow x.\sqrt{\frac{25}{10}}=\sqrt{10}\Rightarrow x.\frac{5}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow x.\frac{5}{\sqrt{10}}.\sqrt{10}=\sqrt{10}.\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow 5x=10\Rightarrow x=\frac{10}{5}=2$$

47. $\dfrac{\sqrt{4:\sqrt{4:\sqrt{4:...}}}}{\sqrt[4]{4\cdot\sqrt[4]{4\cdot\sqrt[4]{4\cdot...}}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\sqrt{4:\sqrt{4:\sqrt{4:...}}}}{\sqrt[4]{4\cdot\sqrt[4]{4\cdot\sqrt[4]{4\cdot...}}}}=\frac{2+\sqrt[1]{4}}{4-\sqrt[1]{4}}=\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}}=1$$

48. $m=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ olduğuna göre, $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$ sayısının m cinsinden değerini bulunuz.

Çözüm:

$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}=x$ olsun.

$$\frac{x}{m}=x.\frac{1}{m}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}.\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{6}\right)^2}$$

$$\frac{x}{m}=\frac{3-2}{7-6}=\frac{1}{1}=1\Rightarrow x=m \text{ dir.}$$

KONU BİTMİŞTİR...