

RASYONEL SAYILAR

A. Rasyonel Sayı

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara rasyonel sayı denir.

Rasyonel sayılar kümesi Q ile gösterilir.

$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a \text{ ve } b \text{ tam sayı ve } b \neq 0 \right\}$ dir.

$\frac{a}{b}$ ifadesinde a ya pay, b ye de payda denir.

Kesir Çizgisi $\leftarrow \frac{a}{b}$ \rightarrow Pay
 \rightarrow Payda

Örnek:

$-\frac{3}{7}, -\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{2}, \frac{3}{1}, \frac{0}{1}$

ifadeleri birer rasyonel sayıdır.

Uyarı

➤ $\frac{0}{b} = 0$ dir. ($b \neq 0$)

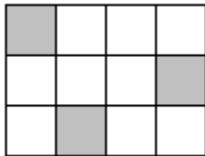
➤ $\frac{a}{0}$ tanımsızdır.

B. Kesir ve Çeşitleri

1. Kesir

Bir birimin bölündüğü eşit parçalardan birini veya birkaçını göstermeye yarayan sayılara kesir denir.

Örnek:



Yandaki şekilde bir bütün 12 parçaya bölünmüş ve bu parçalardan 3 tanesi boyanmıştır.

Boyanmış kısmı gösteren kesir sayısı $\frac{3}{12}$ dir.

$\frac{3}{12}$ kesri "on ikide üç" şeklinde okunur.

2. Bir Kesrin Genişletilmesi veya Sadeleştirilmesi

$\frac{a}{b}$ kesrinin pay ve paydası sıfırdan farklı bir k tam sayısı ile çarpıldığında veya bölüldüğünde kesrin değeri değişmez. Bu işleme kesrin genişletilmesi veya sadeleştirilmesi denir.

Sonuç

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$, $k \neq 0$ (Kesrin Genişletilmesi)

$\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$, $k \neq 0$ (Kesrin Sadeleştirilmesi)

Örnek:

$\frac{2}{3}$ kesrini 2 ile genişlettiğimizde elde edilecek kesri bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$

Örnek:

$\frac{2}{3}$ kesrini -4 ile genişlettiğimizde elde edilecek kesri bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot (-4)}{3 \cdot (-4)} = \frac{-8}{-12} = \frac{8}{12}$$

Örnek:

$\frac{45}{60}$ kesrini sadeleştirerek en sade biçimini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{45}{60} = \frac{45:5}{60:5} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$$

3. Denk Kesirler

$\frac{a}{b}$ kesrinin genişletilmesi veya sadeleştirilmesiyle $\frac{a}{b}$ ye eşit

pek çok kesir elde edilebilir. Bu kesirler $\frac{a}{b}$ ye denktir denir.

Örnek:

$\frac{3}{5}$ kesrini sıra ile 1, 2, 3, 4 ve 5 ile genişleterek bu kesre denk kesirler elde edelim;

$$\frac{3}{5} , \frac{6}{10} , \frac{9}{15} , \frac{12}{20} , \frac{15}{25}$$

Yukarıdaki kesirler birbirine denktir. Bunu aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

$$\frac{3}{5} \equiv \frac{6}{10} \equiv \frac{9}{15} \equiv \frac{12}{20} \equiv \frac{15}{25}$$

Uyarı

$\frac{a}{b} \equiv \frac{c}{d}$ ise, $a.d = b.c$ dir.

4. Basit Kesir

İşaretine bakılmaksızın payı paydasından küçük olan kesirlere basit kesir denir.

Örnek:

$$\frac{2}{3} , \frac{3}{4} , -\frac{2}{5} , -\frac{6}{13} , \frac{-4}{-5} , 0$$

İfadeleri birer basit kesirdir.

5. Bileşik Kesir

İşaretine bakılmaksızın payı paydasından büyük veya payı paydasına eşit olan kesirlere bileşik kesir denir.

Örnek:

$$\frac{7}{3} , \frac{11}{4} , -\frac{7}{2} , -\frac{14}{3} , -2 , 1$$

İfadeleri birer bileşik kesirdir.

Sonuç

- $(-1, 1)$ aralığındaki her reel sayıya basit kesir denir.
- $(-\infty, -1]$ aralığındaki her reel sayıya bileşik kesir denir.
- $[1, +\infty)$ aralığındaki her reel sayıya bileşik kesir denir.

6. Tam Sayılı Kesir

Sıfır hariç bir tam sayı ve basit kesir ile birlikte yazılan kesirlere tam sayılı kesir denir.

Örnek:

$$3\frac{1}{2} , 5\frac{4}{7} , -2\frac{3}{8} , -3\frac{1}{4} , 1\frac{1}{3}$$

İfadeleri birer tam sayılı kesirdir

Kural

$a\frac{b}{c}$ şeklindeki bir tam sayılı kesir, $a + \frac{b}{c}$ şeklinde yazılabilir.

Örnek:

$2\frac{3}{13}$ tam sayılı kesrini bileşik kesre çevirelim.

Çözüm:

$$2\frac{3}{13} = \frac{2 \cdot 13 + 3}{13} = \frac{26 + 3}{13} = \frac{29}{13}$$

Örnek:

$\frac{13}{4}$ bileşik kesrini tam sayılı kesre çevirelim.

Çözüm:

$\frac{13}{4}$ kesrinin payını paydasına bölelim.

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 4} \\ -12 \\ \hline 1 \end{array}$$

Buna göre $\frac{13}{4} \equiv 3\frac{1}{4}$ tür.

Örnek:

$-\frac{17}{3}$ bileşik kesrini tam sayılı kesre çevirelim.

Çözüm:

$-\frac{17}{3}$ kesrinin payını paydasına bölelim.

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 3} \\ -15 \\ \hline 2 \end{array}$$

Buna göre $-\frac{17}{3} \equiv -5\frac{2}{3}$ tür.

C. Rasyonel Sayılarda Dört İşlem

1. Toplama İşlemi

Paydaları eşit olan kesirler toplanırken; payların toplamı pay olarak, ortak payda ise payda olarak yazılır. Paydaları eşit olmayan kesirler toplanmadan önce paydalar eşitlenir.

$$\triangleright \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\triangleright \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Örnek:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{7 \cdot 2}{7 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{14 + 15}{21} = \frac{29}{21}$$

Örnek:

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} = \frac{6}{4} + \frac{5}{4} = \frac{6+5}{4} = \frac{11}{4}$$

Örnek:

$$4\frac{1}{6} = 4 + \frac{1}{6} = \frac{4}{1} + \frac{1}{6} = \frac{24}{6} + \frac{1}{6} = \frac{24+1}{6} = \frac{25}{6}$$

2. Çıkarma İşlemi

Paydaları eşit olan kesirler çıkarılırken; payların farkı pay olarak, ortak payda ise payda olarak yazılır. Paydaları eşit olmayan kesirler çıkarılmadan önce paydalar eşitlenir.

Örnek:

$$\frac{7}{4} - \frac{5}{6} = \frac{7}{4} - \frac{5}{6} = \frac{21}{12} - \frac{10}{12} = \frac{11}{12}$$

Örnek:

$\frac{2}{5} - 4$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{5} - 4 = \frac{2}{5} - \frac{4}{1} = \frac{2}{5} - \frac{20}{5} = \frac{2-20}{5} = -\frac{18}{5}$$

Örnek:

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{7}{24} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$\frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{7}{24}$ kesirlerin paydaları eşit olmadığından, önce paydalar eşitlenir. Sonra, işlemler yapılır.

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{6} - \frac{7}{24} = \frac{36}{24} + \frac{20}{24} - \frac{7}{24} = \frac{36+20-7}{24} = \frac{49}{24}$$

(12) (4) (1)

Uyarı

Paydaları eşit olmayan kesirlerin paydaları eşitlenirken, bu sayıların e.k.o.k. u göz önüne alınır. Söz gelimi; paydası 2 ve 3 olan iki kesrin paydaları e.k.o.k.(2;3) = 6 da eşitlenir. Paydası 4 ve 6 olan iki kesrin paydaları e.k.o.k.(4;6) =12 de eşitlenir.

Örnek:

$$2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} + \frac{2}{9} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

Önce tam sayılı kesirleri düzenleyelim.

$$2\frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$

$$-3\frac{1}{6} = -(3 + \frac{1}{6}) = -3 - \frac{1}{6}$$

olduğuna göre,

$$2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6} + \frac{2}{9} = 2 + \frac{2}{3} - 3 - \frac{1}{6} + \frac{2}{9} = -1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$$

$$= -\frac{1}{1} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{2}{9}$$

(18) (6) (3) (2)

$$= \frac{-18+12-3+4}{18} = -\frac{5}{18} \text{ dir.}$$

6. Çarpma İşlemi

Rasyonel sayılar çarpılırken; kesirlerin paylarının çarpımı paya, paydalarının çarpımı paydaya yazılır.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

Örnek:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3.5}{4.7} = \frac{15}{28}$$

Örnek:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{10}{9} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{14} \cdot \frac{10}{9} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2.1.2}{1.7.3} = \frac{4}{21}$$

Örnek:

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(3\frac{2}{5}\right) \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3.5+2}{5} = \frac{17}{5} \text{ olduğu için,}$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{17}{5}\right) = -\frac{3.17}{2.5} = -\frac{51}{10} \text{ dir.}$$

Uyarı

$$\text{> } a \frac{b}{c} = \frac{a}{1} + \frac{b}{c} = \frac{a.c + b}{c} \text{ dir.}$$

$$\text{> } a \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a.b}{1.c} = \frac{a.b}{c} \text{ dir.}$$

4. Bölme İşlemi

Bölme işleminde; bölünen kesir aynen yazılır, bölen kesir ters çevrilerek çarpılır.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$$

Örnek:

$$\frac{2}{5} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{5}} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} &= \frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{1} = \frac{6}{5} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{24}{20} + \frac{15}{20} = \frac{39}{20} \text{ dir.} \end{aligned}$$

5. İşlem Önceliği

Toplama-çıkarma, çarpma-bölme ve üs alma işlemlerinden bir kaçının birlikte bulunduğu işlemlerde işlem sırası şöyledir:

1. Parantez içleri
2. Üs alma
3. Çarpma-bölme işlemleri
4. Toplama-çıkarma işlemleri

Uyarı

Çarpma-bölme işlemleri ve toplama-çıkarma işlemleri kendi aralarında sıralamaya konulmamıştır. Bunun için problemlerde parantezler kullanılarak işlemin akışı sağlanmıştır.

Örnek:

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right) - \left(1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{1}{6}\right) - \left(1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) &= \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{1}{6} - 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{3}{2} - 1 = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$2 : \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} 2 : \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} &= 2 \cdot \frac{5}{3} - 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{3} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{20}{6} - \frac{9}{6} = \frac{11}{6} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$(2 : 5) \cdot (3 : 4) - \frac{1}{4} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} (2 : 5) \cdot (3 : 4) - \frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{10} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{6}{20} - \frac{5}{20} = \frac{1}{20} \text{ dir.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$1 - \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} : \frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)\right] \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} 1 - \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} : \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right) \right] &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} - \frac{15}{8} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{24}{24} - \frac{12}{24} - \frac{45}{24} + \frac{16}{24} \\ &= \frac{24 - 12 - 45 + 16}{24} \\ &= -\frac{17}{24} \text{ tür.} \end{aligned}$$

Örnek:

$$\frac{3}{2} + \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$$

işleminin sonucunu bulalım.

$$1 - \frac{2}{2 + \frac{1}{3}}$$

Çözüm:

Bu tip kesirlerde ilk önce ana kesir çizgisi tespit edilir. Daha sonra ana kesir çizgisinin payında yukarıdan (üst uçtan) ana kesir çizgisine doğru, paydasında ise aşağıdan (alt uçtan) ana kesir çizgisine doğru işlem yapılır.

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} + \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} &= \frac{3}{2} + \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} + \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2} + \frac{9}{4} \\ &= \frac{6}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4} \\ 1 - \frac{2}{2 + \frac{1}{3}} &= 1 - \frac{2}{\frac{7}{3}} = 1 - 2 \cdot \frac{3}{7} = 1 - \frac{6}{7} \\ &= \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\frac{6}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4} = \frac{15}{4} \cdot \frac{7}{7} = \frac{105}{4}$$

D. Ondalık Kesirler

Ondalık kesirler, paydaları 10 un tam kuvvetleri olan kesirlerdir. Bir kesrin ondalık kesre çevrilebilmesi için, kesrin paydası 10 un tam kuvvetleri biçiminde veya 10 un tam kuvvetlerine dönüştürülecek biçimde olmalıdır.

Bir kesrin virgül kullanılarak yazılımı, bu kesrin ondalık açılımıdır.

Örnek:

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ -4 \\ \hline 10 \\ -10 \\ \hline 0 \end{array}$$

olduğuna göre,

$$\frac{5}{2} = 2,5 = 2,50 = 2,500 = 2,5000... \text{ olur.}$$

Bu sayı sıfır devirli bir ondalık açılımdır.

Örnek:

$\frac{2}{3}$ kesrinin ondalık açılımını yazalım:

$\frac{2}{3}$ kesrinin paydası, 10 un tam kuvvetleri biçimine getirilemez.

Kesrin payını, paydasına bölelim:

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 2 \end{array}$$

Yandaki bölme işleminde, bölünen daima 2 kalanını verir.
Bölme işlemine devam edilse de sıfır kalanı hiçbir zaman bulunamaz.
Bölümün 0,6 dan sonraki bütün rakamları 6 olarak devam eder.

Buna göre, $\frac{2}{3}$ kesrinin ondalık açılımı, 6 nın devrettiği bir devirli ondalık açılımdır.

$$\frac{2}{3} = 0,666... = 0,6 \overline{6} \text{ biçiminde yazılır.}$$

Örnek:

$\frac{2}{5}$ kesrinin ondalık açılımını bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ tür.}$$

(2)

Bu kesrin ondalık açılımı pay, paydaya bölünerek de bulunabilir.

Örnek:

$\frac{13}{25}$ rasyonel sayısını ondalık kesre çevirelim.

Çözüm:

$$\frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0,52$$

(4)

Örnek:

$\frac{14}{5}$ rasyonel sayısını ondalık kesre çevirelim.

Çözüm:

$$\frac{14}{5} = \frac{28}{10} = 2,8$$

(2)

Örnek:

0,8 ondalık kesrini rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

Örnek:

2,14 ondalık kesrini rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

$$2,14 = \frac{214}{100} = \frac{107}{50}$$

Örnek:

3,05 ondalık kesrini rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

$$3,05 = \frac{305}{100} = \frac{61}{20}$$

E. Ondalık Kesirlerde Dört İşlem

1. Toplama İşlemi

Ondalık kesirler alt alta toplanırken virgüller ve aynı isimli basamaklar alt alta gelecek şekilde yazılır. Doğal sayılarda olduğu gibi (virgül düşünülmeden) işlem yapıldıktan sonra bulunan sonuç virgüller hizasından virgülle ayrılır.

Örnek:

12,35 + 3,27 işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 12,35 \\ + 3,27 \\ \hline 15,62 \end{array}$$

olduğundan $12,35 + 3,27 = 15,62$ dir.

Örnek:

1,7 + 2,37 + 3,042 işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$1,7 = 1,700 \text{ olur.}$$

$$2,37 = 2,370 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} 1,700 \\ 2,370 \\ + 3,042 \\ \hline 7,112 \end{array}$$

olduğuna göre, $1,700 + 2,370 + 3,042 = 7,112$ dir.

2. Çıkarma İşlemi

Ondalık kesirler alt alta çıkarılırken virgüller ve aynı isimli basamaklar alt alta gelecek şekilde yazılır. Doğal sayılarda olduğu gibi (virgül düşünülmeden) işlem yapıldıktan sonra bulunan sonuç virgüller hizasından virgülle ayrılır.

Örnek:

32,42 – 17,435 işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 32,420 \\ -17,435 \\ \hline 14,985 \end{array} \quad \text{olduğuna göre, } 32,42 - 17,435 = 14,985 \text{ tir.}$$

Örnek:

4,5 + 2,32 – 2,1 işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 4,50 \\ +2,32 \\ \hline 6,82 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6,82 \\ -2,10 \\ \hline 4,72 \end{array} \quad \text{olduğuna göre, } 4,5 + 2,32 - 2,1 = 4,72 \text{ dir.}$$

3. Çarpma İşlemi

İki ondalık kesri çarpmak için, çarpanların virgülü yokmuş gibi düşünülerek çarpma işlemi yapılır. Bulunan çarpımda, çarpanların ondalık kısımlarındaki basamak sayılarının toplamı kadar basamak (sağdan itibaren) virgülle ayrılır. Eksik basamaklar varsa yerine sıfır yazılır.

Örnek:

12,34 . 7,3 işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 12,34 \rightarrow (\text{ondalık kısım 2 basamaklı}) \\ \times 7,3 \rightarrow (\text{ondalık kısım 1 basamaklı}) \\ \hline 3702 \\ +8638 \\ \hline 90,082 \rightarrow (\text{ondalık kısım } 2+1=3 \text{ basamaklı}) \end{array}$$

Buna göre, 12,34 . 7,3 = 90,082 dir.

Örnek:

0,004 ile 12 sayılarını çarpalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 12 \rightarrow (\text{ondalık kısım 0 basamaklı}) \\ \times 0,004 \rightarrow (\text{ondalık kısım 3 basamaklı}) \\ \hline 0,0048 \rightarrow (\text{ondalık kısım } 0+3=3 \text{ basamaklı}) \end{array}$$

Buna göre, 12 . 0,004 = 0,0048 dir.

Örnek:

0,04 . 10 + 1,4 . 100 + 12,34 . 1000 işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$0,04 . 10 = 0,4 \quad (\text{ondalık kısım 1 basamak kaydırıldı})$$

$$1,4 . 100 = 140 \quad (\text{ondalık kısım 2 basamak kaydırıldı})$$

$$12,34 . 1000 = 12340 \quad (\text{ondalık kısım 3 basamak kaydırıldı})$$

Buna göre,

$$0,04 . 10 + 1,4 . 100 + 12,34 . 1000 = 0,4 + 140 + 12340$$

$$= 24804 \text{ olur.}$$

4. Bölme İşlemi

Bölme işlemi yapılırken ondalık kesri virgülden kurtarmak için pay ve paydadın virgül kaç basamak kaydırılırsa diğerlerinden de o kadar basamak kaydırılır. Eksik basamaklar varsa yerine sıfır yazılır.

Örnek:

$$\frac{0,42}{0,04} \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Çözüm:

$$\frac{0,42}{0,04} \rightarrow (\text{virgül 2 basamak kaydırılırsa})$$

$$\frac{0,04}{0,04} \rightarrow (\text{virgül 2 basamak kaydırılırsa})$$

$$\frac{0,42}{0,04} = \frac{42}{4} = \frac{21}{2} \text{ olur.}$$

Örnek:

$\frac{13,2}{0,48}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{13,2}{0,48} = \frac{1320}{48} = \frac{55}{2}$$

Örnek:

$\frac{13,2}{0,48} + \frac{11,2}{1,12}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{13,2}{0,48} + \frac{11,2}{1,12} = \frac{1320}{48} + \frac{1120}{112} = 10 + 10 = 20 \text{ olur.}$$

Örnek:

$\frac{2,3}{10} + \frac{10}{2}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2,3}{10} + \frac{10}{2} = 0,23 + 10 \cdot \frac{5}{2} = 0,23 + 25 = 25,23$$

Örnek:

a, b, c onluk sayma sisteminde birer rakam ve abc üç basamaklı bir doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{abc}{a, bc} + \frac{ab, c}{a, bc}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{abc}{a, bc} + \frac{ab, c}{a, bc} = \frac{abc \cdot 100}{a, bc \cdot 100} + \frac{ab, c \cdot 10 \cdot 10}{a, bc \cdot 100}$$

$$= \frac{abc \cdot 100}{abc} + \frac{abc \cdot 10}{abc} = 100 + 10 = 110$$

Örnek:

a ve b iki basamaklı, ab ve ba dört basamaklı doğal sayılar olmak üzere,

$$\frac{ab}{a, b} \cdot \frac{ba}{b, a}$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

xy ve kr iki basamaklı olmak üzere,

a = xy ve b = kr olsun. Buna göre,

$$\frac{ab}{a, b} \cdot \frac{ba}{b, a} = \frac{xykr}{xy, kr} \cdot \frac{krxy}{kr, xy} = \frac{xykr \cdot 100}{xy, kr \cdot 100} \cdot \frac{krxy \cdot 100}{kr, xy \cdot 100}$$

$$= \frac{xykr \cdot 100}{xykr} \cdot \frac{krxy \cdot 100}{krxy} = 100 \cdot 100 = 10000 \text{ dir.}$$

F. Devirli Ondalık Açılımlar

Bir rasyonel sayı ondalıklı yazıldığında, ondalıklı kısımdaki sayılar belli bir rakamdan sonra sonsuza kadar tekrar ediyorsa (devrediyorsa) bu sayıya devirli ondalık açılım denir.

$$3,444... = 3, \overline{4}$$

$$12,3424242... = 12, \overline{342}$$

$$5,3455155155... = 5, \overline{34551}$$

$$19,373373373... = 19, \overline{373}$$

sayıları birer devirli ondalık açılımdır.

Devirli Ondalık Açılımın Rasyonel sayıya Dönüştürülmesi

Bir devirli ondalık açılımı $\frac{a}{b}$ şeklinde yazarken;

- Virgül ve devreden dikkate alınmadan; okunan sayıdan, devretmeyen sayı çıkarılarak paya yazılır.
- Paydaya ise virgülden sonraki devreden basamak sayısı kadar 9 ve sağına devretmeyen basamak sayısı kadar sıfır yazılır.

a, b, c, d, e birer rakam olmak üzere,

$$a, \overline{bcde} = \frac{abcde - abc}{9900} \text{ dir.}$$

Örnek:

$0,4\overline{734}$ devirli ondalık açılımı rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

$$0,4\overline{734} = \frac{4734 - 47}{9900} = \frac{4687}{9900}$$

Örnek:

$3,0\overline{42}$ devirli ondalık açılımı rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

$$3,0\overline{42} = \frac{3042 - 30}{990} = \frac{3012 : 6}{990 : 6} = \frac{502}{165}$$

Örnek:

$12,7\overline{3}$ devirli ondalık açılımı rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

1.Yol

$$12,7\overline{3} = \frac{1273 - 127}{90} = \frac{1146 : 6}{90 : 6} = \frac{191}{15}$$

2.Yol

$$\begin{aligned} 12,7\overline{3} &= 12 + 0,7\overline{3} = 12 + \frac{73 - 17}{90} \\ &= 12 + \frac{66}{90} = \frac{12 \cdot 90 + 66}{90} = \frac{1146}{90} \end{aligned}$$

Örnek:

$12,7\overline{9}$ devirli ondalık açılımı rasyonel sayıya çevirelim.

Çözüm:

$$12,7\overline{9} = \frac{1279 - 127}{90} = \frac{1152 : 9}{90 : 9} = \frac{128}{10} = 12,8$$

Sonuç

Devreden rakam sadece 9 ise 9 un solundaki basamaktaki rakam sayısal değeri bakımından 1 arttırılıp devreden 9 atılır.

Örnek:

$$2,34\overline{9} = 2,35$$

$$0,2\overline{9} = 0,3$$

$$2,\overline{9} = 3 \text{ tür.}$$

Örnek:

$$\frac{2,4\overline{9}}{1,24\overline{9}} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$$

Çözüm:

$$2,4\overline{9} = 2,5$$

$$1,24\overline{9} = 1,25 \text{ olduğu için,}$$

$$\frac{2,4\overline{9}}{1,24\overline{9}} = \frac{2,5}{1,25} = \frac{250}{125} = 2 \text{ dir.}$$

Örnek:

$3,\bar{6} - 1,\bar{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 3,\bar{6} = 3,666... \\ - 1,\bar{4} = 1,444... \\ \hline 3,\bar{6} - 1,\bar{4} = 2,222... \end{array}$$

$$3,\bar{6} - 1,\bar{4} = 2,\bar{2}$$

Örnek:

$3,\bar{2} + 3,\bar{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 3,\bar{2} = 3,222... \\ + 3,\bar{5} = 3,555... \\ \hline 3,\bar{2} + 3,\bar{5} = 6,777... \end{array}$$

$$3,\bar{2} + 3,\bar{5} = 6,\bar{7}$$

Örnek:

$3,\bar{7} + 4,\bar{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$3,\bar{7} = 3,777...$$

$$4,\bar{5} = 4,555...$$

sayıları taraf tarafa toplarken bir önceki örnekte olduğu gibi işlem yaptığımızda bir karışıklık olabilir. Bu durumda, aşağıdaki işlemler yapılır.

$$3,\bar{7} + 4,\bar{5} = \frac{37-3}{9} + \frac{45-4}{9} = \frac{34}{9} + \frac{41}{9} = \frac{75}{9} = 8,\bar{3}$$

$$3,\bar{7} + 4,\bar{5} = 8,\bar{3}$$

G. Rasyonel Sayılarda Sıralama

Pozitif rasyonel sayılar sıralanırken aşağıdaki üç kuraldan biri kullanılır.

Kural

Paydaları eşit olan pozitif iki rasyonel sayıdan, payı küçük olan daha küçüktür.

Örnek:

$$\frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{6}{9} < \frac{7}{9}$$

Kural

Payları eşit olan pozitif iki rasyonel sayıdan, paydası küçük olan daha büyüktür.

Örnek:

$$\frac{4}{9} < \frac{4}{7} < \frac{4}{5} < \frac{4}{3}$$

Kural

Pay ve paydası arasındaki farkı eşit olan pozitif kesirlerin pay ve paydasındaki sayılar büyüdükçe; basit kesirlerin değeri artar, bileşik kesirlerin değeri azalır.

Örnek:

$$\frac{3}{4} > \frac{1}{2} > \frac{11}{12} > \frac{27}{28}$$

Pay ve paydası arasındaki farkı eşit olan yukarıdaki basit kesirlerin pay ve paydasındaki sayılar büyüdükçe değeri artar.

Buna göre, bu sayıların sıralanışı;

$$\frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{11}{12} < \frac{27}{28} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{5}{2}, \frac{11}{8}, \frac{38}{35}, \frac{49}{46}$$

Pay ve paydası arasındaki farkı eşit olan yukarıdaki bileşik kesirlerin pay ve paydasındaki sayılar büyüdükçe değeri azalır.

Buna göre, bu sayıların sıralanışı;

$$\frac{5}{2} > \frac{11}{8} > \frac{38}{35} > \frac{49}{46} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{13}{15}$$

rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm:

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{13}{15} \text{ kesirlerinin paydalarını eşitlersek,}$$

$$\frac{2}{3} \equiv \frac{10}{15}, \frac{4}{5} \equiv \frac{12}{15}, \frac{13}{15} \equiv \frac{13}{15} \text{ olur.}$$

(5) (3) (1)

$$\frac{10}{15} < \frac{12}{15} < \frac{13}{15} \text{ olduğu için, } \frac{2}{3} < \frac{4}{5} < \frac{13}{15} \text{ tir.}$$

Uyarı

Negatif sayılar karşılaştırılırken önce sayıların işaretine bakılmaksızın sıralama yapılır. Sonunda pozitif sayılar için bulunan sıralamanın tam tersi alınır.

Örnek:

$$a = -\frac{10}{13}, b = -\frac{100}{103}, c = -\frac{1000}{1003}$$

olduğuna göre, a, b ve c arasındaki sıralamayı bulalım.

Çözüm:

a, b, c nin işaretleri düşünülmeden,

$$\frac{10}{13}, \frac{100}{103}, \frac{1000}{1003}$$

kesirleri, pay ve paydaları arasındaki farkı 3 olan basit kesirlerdir.

Bundan dolayı

$$\frac{10}{13} < \frac{100}{103} < \frac{1000}{1003} \text{ tür.}$$

Fakat a, b ve c negatif sayı olduklarından dolayı,

$$-\frac{10}{13} > -\frac{100}{103} > -\frac{1000}{1003} \text{ olur.}$$

Buna göre, $a > b > c$ dir.

Kural

Pozitif ondalık kesirlerde karşılaştırma yapılırken, soldan sağa doğru, aynı basamaktaki rakamlar karşılaştırılır.

Bu karşılaştırmada, sayı değeri büyük olan rakamın yer aldığı kesir, diğerlerinden büyük olur.

Örnek:

$$3,278 > 3,269 > 2,998$$

Örnek:

$$x = 2,46, y = 2,4\overline{6}$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Bu iki ondalık kesrin tam kısımları aynı, onda birler basamağındaki rakamlar aynı, yüzde birler basamağındaki rakamlar da aynıdır. Birinci ondalık kesrin binde birler basamağındaki rakam 0, ikinci ondalık kesrin binde birler basamağındaki rakam 4 tür.

$$4 > 0 \text{ olduğundan } 2,4646\overline{6} > 2,4600 \text{ olup } y > x \text{ tir.}$$

Örnek:

$$\frac{3}{4}, 0,8\bar{3}, \frac{9}{10}$$

sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Verilen sayıları sıralamak için birkaç yöntem kullanılabilir. Biz burada sayıların ondalık açılımlarını yazarak sıralama yapacağız.

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75 \text{ tir.}$$

(25)

$$\frac{9}{10} = 0,9 \text{ dur.}$$

$0,9 > 0,8\bar{3} > 0,75$ olduğu için

$$\frac{9}{10} > 0,8\bar{3} > \frac{3}{4} \text{ tür.}$$

H. İki Rasyonel Sayı Arasına Sayı Yazma

İki rasyonel sayı arasına pek çok rasyonel sayı yazılabilir. Ancak belli şartlarda iki rasyonel sayı arasına sonlu sayıda rasyonel sayı yazmak mümkündür.

İki kesir arasına belli şartları sağlayan sayılar yazmak için;

1. İki kesrin paydaları eşitlenir.
2. İstenen şartları sağlayan sayıları bu kesirlerin arasına yazmak için genişletme veya sadeleştirme işlemi yapılır.

Örnek:

a ve b pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a < 50$$

$$\frac{3}{4} < \frac{a}{b} < \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ nin en küçük değerini bulalım.

Çözüm:

$\frac{3}{4}$ ve $\frac{4}{5}$ kesirlerinin paydalarını eşitlersek,

$$\frac{3}{4} < \frac{a}{b} < \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{15}{20} < \frac{a}{b} < \frac{16}{20} \text{ olur.}$$

(5) (4)

$\frac{15}{20} < \frac{a}{b} < \frac{16}{20}$ eşitsizliğinde verilenlere uygun $\frac{a}{b}$ kesri yoktur.

Kesirleri tekrar genişletirsek;

$$\frac{15}{20} < \frac{a}{b} < \frac{16}{20} \Rightarrow \frac{30}{40} < \frac{a}{b} < \frac{32}{40} \text{ olur.}$$

(2) (2)

Bu eşitsizlikte, $\frac{a}{b} = \frac{31}{40}$ tır.

Uyarı

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ ise, } \frac{a}{b} < \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) < \frac{c}{d} \text{ dir.}$$

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ve $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right)$ sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterilirse, $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right)$ nin $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ ye eşit uzaklıkta olduğu, diğer bir ifadeyle orta noktada olduğu görülür.

Çözümlü Sorular

1. $\frac{3a+c}{c} = 0$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur.

- A) $a > 0$ B) $c > 0$ C) $a \neq 0$
D) $a + c = 0$ E) $c = 0$

Çözüm:

$$\frac{3a+c}{c} = 0 \text{ ise, } 3a+c=0 \text{ ve } c \neq 0$$

$$\text{ise, } c = -3a \text{ ve } c \neq 0$$

$$\text{ise, } a \neq 0 \text{ ve } c \neq 0 \text{ dir.}$$

2. $\frac{3}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{10}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{10} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} - 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{10} = \frac{3}{20} - \frac{15}{4} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{3}{20} - \frac{75}{20} + \frac{2}{20} = \frac{3-75+2}{20}$$

$$= -\frac{70}{20} = -\frac{7}{2}$$

3. 2, 3, 5, 6 rakamlarının ikisinden oluşturulan iki basamaklı bir sayı pay, diğer ikisinden oluşturulan iki basamaklı bir sayı da payda olmak üzere elde edilebilecek pozitif kesirlerden en küçüğünün yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0,35 B) 0,39 C) 0,41 D) 0,45 E) 0,49

Çözüm:

Bu şartlara uygun en küçük kesir; payı en küçük ve paydası en büyük olan kesirdir.

Buna göre, bu kesir $\frac{23}{65}$ dir.

$$\begin{array}{r|l} 230 & 65 \\ -195 & 0,35 \\ \hline 350 & \\ -325 & \\ \hline 25 & \end{array}$$

$$\frac{23}{65} \cong 0,35 \text{ tir.}$$

4. $\frac{1}{3} - (\frac{1}{2} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5})$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} - (\frac{1}{2} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5}) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

5. $\frac{(3 + \frac{1}{3}) - (\frac{1}{3} - 2)}{4 - \frac{1}{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{(3 + \frac{1}{3}) - (\frac{1}{3} - 2)}{4 - \frac{1}{2}} = \frac{3 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 2}{\frac{2 \cdot 4 - 1}{2}} = \frac{5}{\frac{7}{2}} = \frac{10}{7}$$

6. $(1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot (1 + \frac{1}{5}) \cdot (1 + \frac{1}{6})$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} (1 + \frac{1}{2}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{4}) \cdot (1 + \frac{1}{5}) \cdot (1 + \frac{1}{6}) \\ = \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{6}{6} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

7. $2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{4} &= \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{15}{8} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{20 - 45 + 6}{24} = -\frac{19}{24} \end{aligned}$$

8. a, b, c sıfırdan farklı reel sayılardır.

$$\frac{a}{b \cdot c}$$

kesrindeki a, b, c sayılarının her birini 3 ile

böldüğümüzde oluşan yeni kesir, $\frac{a}{b \cdot c}$ kesrinin kaç katıdır?

Çözüm:

$\frac{a}{b \cdot c}$ kesrindeki a, b, c sayılarının her birini 3 ile bölünürse sonuç,

$$\frac{\frac{a}{3}}{\frac{b}{3} \cdot \frac{c}{3}} = \frac{a}{3} \cdot \frac{3}{b} \cdot \frac{3}{c} = 3 \cdot \frac{a}{b \cdot c} \text{ olur.}$$

Bu durumda, oluşan yeni kesir $\frac{a}{b \cdot c}$ nin 3 katıdır.

9. Bir kesrin payı ve paydası birer tam sayıdır.

Buna göre, $\frac{2}{3}$ e denk olan bu kesrin pay ve paydasının toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 12 B) 24 C) 32 D) 45 E) 54

Çözüm:

$\frac{2}{3}$ e denk olan kesir $\frac{2 \cdot k}{3 \cdot k}$ olsun.

Bu kesrin pay ve paydasının toplamı

$$2k + 3k = 5k \text{ olur.}$$

Yani pay ile paydanın toplamı 5 in katı olmalıdır.

Seçeneklerde bu koşula uyan yalnızca 45 vardır.

10. $\frac{13}{29} + \frac{34}{61} = x$ olduğuna göre, $\frac{45}{29} + \frac{27}{61}$ toplamının x türünden değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{13}{29} + \frac{34}{61} = x \text{ ise}$$

$$+ \frac{45}{29} + \frac{27}{61} = A \text{ olsun.}$$

$$\frac{58}{29} + \frac{61}{61} = x + A$$

$$2 + 1 = x + A$$

$$3 = x + A$$

$$A = 3 - x$$

11. $1 + \frac{1}{\frac{1}{a-1} - \frac{1}{1-\frac{1}{a}}}$ kesrinin kısaltılmışını bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{\frac{1}{a-1} - \frac{1}{1-\frac{1}{a}}} &= 1 + \frac{1}{\frac{1}{a-1} - \frac{1}{\frac{a-1}{a}}} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{1}{a-1} - \frac{a}{a-1}} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{1-a}{a-1}} \end{aligned}$$

$$= 1 + \frac{1}{\frac{1-a}{a-1}} = 1 + \frac{1}{-1} = 1 - 1 = 0$$

12. Pozitif bir sayıyı 0,125 ile bölmek, bu sayıyı kaç ile çarpmaktır?

Çözüm:

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

olduğu için x herhangi bir pozitif sayı olmak üzere,

$$\frac{x}{0,125} = \frac{x}{\frac{1}{8}} = 8x \text{ tir.}$$

Buna göre, pozitif bir sayıyı 0,125 ile bölmek, bu sayıyı 8 ile çarpmaktır.

13. $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1-\frac{1}{2}}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1-\frac{1}{3}}{3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1-\frac{1}{2}}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1-\frac{1}{3}}{3}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2}}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{\frac{2}{3}}{3}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{2}{9}} = \frac{\frac{2}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{9} - \frac{2}{9}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{9}} = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) = -\frac{3}{14}$$

14. $1 + \frac{1 + \frac{1}{5}}{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$1 + \frac{1 + \frac{1}{5}}{5} = x \text{ olsun.}$$

$$1 + \frac{1 + \frac{1}{5}}{5} = x \text{ olur.}$$

$$1 + \frac{x}{5} = x \Rightarrow \frac{5+x}{5} = x$$

$$\Rightarrow 5+x = 5x$$

$$\Rightarrow 5 = 4x$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{4} \text{ olur.}$$

15. $\frac{0,0045}{0,15}$ kesrinin değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\frac{0,0045}{0,15} = \frac{45}{1500} = \frac{45}{15 \cdot 100} = \frac{3}{100} = 0,03$$

16. $0,2 + 1,3 + 1,1 = x + \frac{y}{5}$ eşitliğinde x ve y, 5 ten küçük birer doğal sayı olduğuna göre, y kaçtır?

Çözüm:

$$0,2 + 1,3 + 1,1 = x + \frac{y}{5}$$

$$2,6 = x + \frac{y}{5}$$

$$2 + 0,6 = x + \frac{y}{5}$$

$$2 + \frac{6}{10} = x + \frac{y}{5}$$

$$2 + \frac{3}{2} = x + \frac{y}{5}$$

olduğuna göre; $x = 2$, $y = 3$ tür.

17. $\frac{0,15}{1,5} + \frac{2,02}{0,2} - \frac{30}{0,05}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{0,15}{1,5} + \frac{2,02}{0,2} - \frac{30}{0,05} &= \frac{15}{150} + \frac{202}{20} - \frac{3000}{5} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{101}{10} - 600 \\ &= \frac{102}{10} - 600 \\ &= 10,2 - 600 \\ &= -589,8 \end{aligned}$$

18. $(0,632 + 0,24 + 0,128).(1,2 - 0,2)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 0,632 \\ 0,24 \quad 1,2 \\ + 0,128 \quad - 0,2 \\ \hline 1,000 \quad 1,0 \end{array}$$

olduğu için,

$$(0,632 + 0,24 + 0,128).(1,2 - 0,2) = 1.1 = 1 \text{ dir.}$$

19. $0,96.(0,22 - 0,2)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{r} 0,22 \quad 0,96 \\ - 0,2 \quad \times 0,02 \\ \hline 0,02 \quad 0,0192 \end{array}$$

olduğundan $0,96.(0,22 - 0,2) = 0,96.0,02 = 0,0192$ dir.

20. x pozitif bir ondalık sayı olmak üzere, $x - \frac{1}{20}$ işleminin sonucu bir tam sayıdır.

Buna göre, x in virgülden sonraki kısmı kaçtır?

Çözüm:

$$x - \frac{1}{20} = 1 \text{ olsun.}$$

$$x = 1 + \frac{1}{20} = 1 + 0,05 = 1,05 \text{ olur.}$$

Bu durumda, x in virgülden sonraki kısmı 05 tir.

21. b sıfırdan farklı bir rakam olmak üzere,

$$\frac{b + 0, b + 0,0b}{b, bb - 0, b - 0,0b}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{b + 0, b + 0,0b}{b, bb - 0, b - 0,0b} = \frac{b, bb}{b} = \frac{b,1,11}{b} = 1,11 \text{ dir.}$$

22. $\frac{0,0\bar{2} - 0,2}{0,3 - 0,0\bar{3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{0,0\bar{2} - 0,2}{0,3 - 0,0\bar{3}} = \frac{\frac{2}{90} - \frac{2}{9}}{\frac{3}{9} - \frac{90}{90}} = \frac{\frac{2-20}{90}}{\frac{30-3}{90}} = \frac{-18}{27} = -\frac{2}{3} \text{ tür.}$$

23. $\frac{3,5 - 1,3}{2,3 + 1,2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{3,5 - 1,3}{2,3 + 1,2} = \frac{\frac{35-3}{9} - \frac{13-1}{9}}{\frac{23-2}{9} + \frac{12-1}{9}} = \frac{\frac{32}{9} - \frac{12}{9}}{\frac{21}{9} + \frac{11}{9}} = \frac{\frac{20}{9}}{\frac{32}{9}} = \frac{20}{32} = \frac{5}{8} \text{ dir.}$$

24. x ve y devirli ondalık açılım olmak üzere,

$$x = 0,3\bar{3} \text{ ve } y = 0,18\bar{18} \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{x+y}{x.y} \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$x = 0,3\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$y = 0,18\bar{18} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}$$

olduğu için,

$$\frac{x+y}{x.y} = \frac{x}{x.y} + \frac{y}{x.y} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{11}{2} + 3 = \frac{17}{2} \text{ olur.}$$

25. x ve y aralarında asal iki doğal sayı olmak üzere,

$$\frac{x+y}{x} = 5,5 + 0,5$$

olduğuna göre x + y kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{x+y}{x} = 5,5 + 0,5$$

$$\frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 5 + \frac{5}{9} + \frac{5}{10}$$

$$1 + \frac{y}{x} = 5 + \frac{50}{90} + \frac{45}{90}$$

$$\frac{y}{x} = 4 + \frac{50}{90} + \frac{45}{90}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{360 + 50 + 45}{90}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{455}{90} = \frac{91}{18}$$

x ve y aralarında asal iki doğal sayı ise,

$$x = 18 \text{ ve } y = 91 \text{ dir.}$$

Buna göre, $x + y = 18 + 91 = 109$ dur.

26. a, b, c birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$a + \frac{b}{c + 0,5} = \frac{55}{14}$$

olduğuna göre a + b + c toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{55}{14} = \frac{14.2 + 27}{14} = 2 + \frac{27}{14} = 2 + \frac{3}{14} = 2 + \frac{3}{1 + \frac{5}{9}}$$

olduğuna göre,

$$a + \frac{b}{c + 0,5} = \frac{55}{14}$$

$$a + \frac{b}{c + \frac{5}{9}} = 2 + \frac{3}{1 + \frac{5}{9}} \text{ olur.}$$

Buna göre, a = 2, b = 3, c = 1 ve a + b + c = 6 dir.

27. $0,7\bar{7} + \frac{3}{7} - \frac{5}{13}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{14}{27} + \frac{2}{7} - \frac{10}{39}$$

Çözüm:

$$\frac{0,\bar{7} + \frac{3}{7} - \frac{5}{13}}{\frac{14}{27} + \frac{2}{7} - \frac{10}{39}} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{3}{7} - \frac{5}{13}}{\frac{2}{3} \cdot (\frac{7}{9} + \frac{3}{7} - \frac{5}{13})} = \frac{3}{2}$$

28. a ve b sıfırdan ve birbirinden farklı birer rakam olmak üzere,

$$\frac{a,\bar{b} - b,\bar{a}}{0,\bar{a} - 0,\bar{b}}$$

kesrinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{a,\bar{b} - b,\bar{a}}{0,\bar{a} - 0,\bar{b}} = \frac{\frac{ab - a}{9} - \frac{ba - b}{9}}{\frac{a}{9} - \frac{b}{9}} = \frac{10a + b - a - (10b + a - b)}{\frac{a - b}{9}} = \frac{8a - 8b}{\frac{a - b}{9}} = \frac{8(a - b)}{9} \cdot \frac{9}{a - b} = 8 \text{ dir.}$$

29. $x = -\frac{2}{3}$, $y = -\frac{3}{4}$, $z = -\frac{5}{6}$

rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:

Verilen kesirlerin paydalarını eşitleyim:

$$x = -\frac{2}{3} = -\frac{8}{12}, y = -\frac{3}{4} = -\frac{9}{12}, z = -\frac{5}{6} = -\frac{10}{12}$$

(4) (3) (2)

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12} \text{ olduğu için, } -\frac{8}{12} > -\frac{9}{12} > -\frac{10}{12} \text{ dir.}$$

Buna göre, $x > y > z$ dir.

30. $0,\bar{1} < a < b < c < 0,\bar{2}$

olduğuna göre, a, b, c sayıları sırasıyla aşağıdakilerin hangisindeki sayılar olabilir?

A) $\frac{6}{45}, \frac{11}{45}, \frac{12}{45}$ B) $\frac{4}{27}, \frac{6}{27}, \frac{7}{27}$ C) $\frac{5}{36}, \frac{6}{36}, \frac{7}{36}$

D) $\frac{2}{18}, \frac{5}{18}, \frac{6}{18}$ E) $\frac{7}{54}, \frac{9}{54}, \frac{15}{54}$

Çözüm:

$$0,\bar{1} < a < b < c < 0,\bar{2} \text{ ise } \frac{1}{9} < a < b < c < \frac{2}{9}$$

(4) (4)

$$\text{ise } \frac{4}{36} < a < b < c < \frac{8}{36} \text{ dir.}$$

Buna göre; a, b, c sayıları sırasıyla, $\frac{5}{36}, \frac{6}{36}, \frac{7}{36}$ olabilir.

31. $\frac{n+5}{2}$ ifadesi basit kesir belirttiğine göre, n in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

Çözüm:

$\frac{n+5}{2}$ ifadesi basit kesir olabilmesi için,

$$-1 < \frac{n+5}{2} < 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$-1 < \frac{n+5}{2} < 1 \Rightarrow -2 < n+5 < 2$$

$$\Rightarrow -2 - 5 < n + 5 - 5 < 2 - 5$$

$$\Rightarrow -7 < n < -3 \text{ tür.}$$

n in alabileceği 3 farklı tam sayı değeri vardır. (-6, -5, -4)

32. a , pozitif bir ondalık kesirdir.

$a + \frac{1}{8}$ ifadesi bir tam sayı olduğuna göre, a 'nın virgülden sonraki kısmını bulunuz.

Çözüm:

$$a + \frac{1}{8} = 1 \text{ olsun.}$$

$$a = 1 - \frac{1}{8} = 1 - \frac{125}{1000} = 1 - 0,125 = 0,875 \text{ olur.}$$

(125)

Buna göre, a 'nın virgülden sonraki kısmı (ondalık kısmı) 875 tir. a 'nın virgülden önceki kısmı (tam kısmı) sabit bir sayı değildir.

33. $\frac{1}{0,02} \cdot (0,6 - 0,56)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{1}{0,02} \cdot (0,6 - 0,56) = \frac{100}{2} \cdot 0,04 = \frac{100}{2} \cdot \frac{4}{100} = 2$$

34. $\frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}} = \frac{1}{3 - \frac{1}{\frac{8}{3}}} = \frac{1}{3 - \frac{3}{8}} = \frac{1}{\frac{21}{8}} = \frac{8}{21} \text{ dir.}$$

35. $(1 - \frac{1}{4}) \cdot (1 - \frac{1}{9}) \cdot (1 - \frac{1}{16}) \cdot (1 - \frac{1}{25})$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$(1 - \frac{1}{4}) \cdot (1 - \frac{1}{9}) \cdot (1 - \frac{1}{16}) \cdot (1 - \frac{1}{25}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

36. $\frac{3 + 2\frac{1}{4}}{2 - 3\frac{1}{4}} : \frac{3}{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{3 + 2\frac{1}{4}}{2 - 3\frac{1}{4}} : \frac{3}{5} = \frac{5\frac{1}{4}}{2 - \frac{13}{4}} \cdot \frac{5}{3} = \frac{\frac{21}{4}}{-\frac{5}{4}} \cdot \frac{5}{3} = -\frac{21}{5} \cdot \frac{5}{3} = -7$$

37. $4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-3}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} &4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-3} \\ &= 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,001 \\ &= 4000 + 20 + 0,3 + 0,005 \\ &= 4020,305 \end{aligned}$$

38. $a = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ olduğuna göre, $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{6}$ ifadesinin a cinsinden eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{6} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{2}{6} = a + \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \\ &= a + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = a + \frac{8}{15} = \frac{15a + 8}{15} \text{ tir.} \end{aligned}$$

(3) (5)

39. $A = \frac{1 + \frac{1}{x+1}}{1 - \frac{1}{1-x}}$ olduğuna göre A'nın x türünden değerini bulunuz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \frac{1}{x+1}}{1 - \frac{1}{1-x}} &= \frac{1 + \frac{x+1}{x}}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{1 + \frac{x+1}{x} \cdot \frac{1-x}{1-x}}{1 - \frac{1-x}{1-x}} \\ &= \frac{\frac{x+1}{x} \cdot \frac{1-x}{1-x}}{\frac{1-x}{1-x}} = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{1-x}{1-x} \\ &= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{1-x}{1-x} = x+1 \end{aligned}$$

40. $1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{2}$ sonsuz zincir kesrinin değeri kaçtır?

Çözüm:

$$1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = x \text{ olsun.}$$

$$1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{2} = x \text{ olur.}$$

$$1 - \frac{x}{2} = x \Rightarrow \frac{2-x}{2} = x \Rightarrow 2-x = 2x$$

$$\Rightarrow 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

41. $\frac{23}{6} - \frac{1}{4} : \frac{3}{4} - \frac{3}{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{23}{6} - \frac{1}{4} : \frac{3}{4} - \frac{3}{2} &= \frac{23}{6} - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{3}{2} = \frac{23}{6} - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{23}{6} - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} = \frac{23-2-9}{6} \\ &= \frac{12}{6} = 2 \end{aligned}$$

42. $\frac{0,66 + 0,0066 + 0,000066}{0,000066}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{aligned} \frac{0,66 + 0,0066 + 0,000066}{0,000066} &= \frac{0,666666}{0,000066} \\ &= \frac{666666}{66} = 10101 \end{aligned}$$

43. $(2,6 - 1,8,0,2) : (0,84 + 0,76)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$(2,6 - 1,8,0,2) : (0,84 + 0,76) = (2,6 - 0,36) : 1,60$$

$$= 2,24 : 1,60 = \frac{2,24}{1,60}$$

$$= \frac{224}{160} = \frac{14}{10} = 1,4$$

44. $\frac{2 + 0,2}{1 - 0,9} - \frac{0,2 - 0,02}{0,03}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{2 + 0,2}{1 - 0,9} - \frac{0,2 - 0,02}{0,03} = \frac{2,2}{0,1} - \frac{0,18}{0,03} = 22 - 6 = 16$$

45. $\frac{0,\overline{8} - 0,8}{0,7 - 0,7}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{0,\overline{8} - 0,8}{0,7 - 0,7} = \frac{\frac{8}{9} - \frac{8}{10}}{\frac{7}{10} - \frac{7}{9}} = \frac{-8 \cdot (\frac{1}{10} - \frac{1}{9})}{7 \cdot (\frac{1}{10} - \frac{1}{9})} = -\frac{8}{7}$$

46. $a = 0,\overline{20}$, $b = 0,\overline{03}$, $c = 1,\overline{16}$

olduğuna göre $a - b + c$ kaçtır?

Çözüm:

$$a = 0,\overline{20} = \frac{20}{99}$$

$$b = 0,\overline{03} = \frac{3}{99}$$

$$c = 1,\overline{16} = 1 + 0,\overline{16} = 1 + \frac{16}{99}$$

olduğuna göre,

$$a - b + c = \frac{20 - 3 + 16}{99} + 1 = \frac{33}{99} + 1 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \text{ tür.}$$

47. $x < 0$ olmak üzere

$$a = \frac{x}{5} , b = \frac{x}{6} , c = \frac{x}{7}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:

Payları eşit olan negatif kesirlerden payı büyük olan daha büyük olduğu için,

$$a < b < c \text{ dir.}$$

48. a ve b sıfırdan farklı rakamlar olmak üzere,

$$\frac{0,\overline{a} + 0,\overline{b}}{0,\overline{a} + 0,\overline{b}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{0,\overline{a} + 0,\overline{b}}{0,\overline{a} + 0,\overline{b}} = \frac{\frac{a}{10} + \frac{b}{10}}{\frac{a}{10} + \frac{b}{10}} = \frac{a+b}{10} \cdot \frac{9}{a+b} = \frac{9}{10} \text{ dur.}$$

49. $0,45 + 0,0045 + 0,000045 + 0,00000045 + \dots$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm:

Verilen terimleri alt alta yazıp toplayalım:

$$\begin{array}{r} 0,45 \\ 0,0045 \\ 0,000045 \\ 0,00000045 \\ + \dots \\ \hline 0,4545454545\dots = 0,\overline{45} \end{array}$$

buna göre verilen ifadenin toplamı,

$$0,45 = \frac{45}{99} = \frac{5}{11} \text{ olur.}$$

KONU BİTMİŞTİR.