TOPLAM SEMBOLÜ

A. Tanım

$r,n \in Z$ ve $r \leq n$ olmak üzere $f : Z \to R$, $f(k) = a_k$ fonksiyonu tanımlanmış olsun.

Bu düşünce ile oluşturulan $a_r, a_{r+1}, a_{r+2}, ..., a_n$ terimlerinin toplamını,

$a_r + a_{r+1} + a_{r+2} + ... + a_n = \sum_{k=r}^{n} a_k$ biçiminde gösteririz.

Bu gösterimde kullandığımız Σ(sigma) sembolüne toplam sembolü denir.

Örnek:

$$a_6 + a_7 + a_8 + ... + a_{15} = \sum_{k=6}^{15} a_k$$

Örnek:

$$-3-2-1+0+1+2+...+18 = \sum_{k=-3}^{18} k$$

Örnek:

$12 + 15 + 18 + 21 + ... + 72$

$= (3.4) + (3.5) + (3.6) + (3.7)... + (3.24)$

$= \sum_{k=4}^{24} (3.k)$

Örnek:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} ... + \frac{51}{52} = \sum_{k=1}^{51} \frac{k}{k+1}$$

Örnek:

$$\sum_{a=-8}^{67} 2^{a-1} = 2^{-8-1} + 2^{-7-1} + 2^{-6-1} + ... + 2^{67-1}$$

$$= 2^{-9} + 2^{-8} + 2^{-7} + ... + 2^{66}$$

Örnek:

$5 + 10 + 17 + 26 + 37 + 50$

$= (2^2 + 1) + (3^2 + 1) + (4^2 + 1) + (5^2 + 1)$

$= \sum_{m=2}^{5} (m^2 + 1)$

Örnek:

$A = 21.22 + 22.23 + 23.24 + 24.25 + ... + 46.47$ olduğuna göre A'yı Σ sembolünü kullanarak ifade edelim.

Çözüm:

$A = 21.22 + 22.23 + 23.24 + 24.25 + ... + 46.47$

$= \sum_{k=21}^{46} k.(k+1)$

Örnek:

$f(x) = 2x + 5$ olduğuna göre $\sum_{k=-2}^{1} f(k)$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=-2}^{1} f(k) = f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1)$$

$$= 2.(-2) + 5 + 2.(-1) + 5 + 2.0 + 5 + 2.1 + 5$$

$$= 1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

Örnek:

$\sum_{k=-3}^{4} k^5$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=-3}^{4} k^5 = (-3)^5 + (-2)^5 + (-1)^5 + 0^5 + 1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5$$

$$= 4^5 = 1024$$

Örnek:

n elemanlı bir kümenin r elemanlı kombinasyonları sayısı $C(n, r)$ ile gösterilmek üzere, $\sum_{k=3}^{4} C(7, k)$ toplamının sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=3}^{5} C(7, k) = C(7,3) + C(7,4) + C(7,5)$$

$$= \frac{7.6.5}{3.2.1} + \frac{7.6.5.4}{4.3.2.1} + \frac{7.6.5.4.3}{5.4.3.2.1}$$

$$= 35 + 35 + 21 = 91$$

B. Bazı Toplama Kuralları

Toplam sembolüyle ifade edilen değerin hesaplanması için aşağıdaki kuralların bilinmesi gerekir.

1. $\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. $\sum_{k=1}^{n} 2k = 2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n+1)$

3. $\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

4. $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

5. $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

6. $\sum_{k=1}^{n} r^{k-1} = 1 + r + r^2 + r^3 + ... + r^{n-1} = \frac{1 - r^n}{1 - r}$

7. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n.(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

8. $\sum_{k=1}^{n} k.k! = 1.1! + 2.2! + 3.3! + ... + n.n! = (n+1)! - 1$

Örnek:

$\sum_{k=1}^{14} k$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{14} k = 1 + 2 + 3 + ... + 14$$

$$= \frac{14.(14+1)}{2} = 7.15 = 105$$

Örnek:

$\sum_{k=1}^{8} k^2$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{8} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 8^2$$

$$= \frac{8.(8+1)(2.8+1)}{6} = 204$$

Örnek:

$\sum_{a=1}^{19} \frac{1}{a.(a+1)}$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{a=1}^{19} \frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{19.(19+1)}$$

$$= \frac{19}{19+1} = \frac{19}{20}$$

C. Toplam Sembolünün Özellikleri

Özellik

1. $b \in R$ olmak üzere $\sum_{k=1}^{n} b = n.b$ dir.

2. $b \in R$ olmak üzere $\sum_{k=m}^{n} b = (n-m+1).b$ dir.

Örnek:

$\sum_{k=1}^{70} 5$ toplamının değerini hesaplayalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{70} 5 = \underbrace{5+5+5+...+5}_{70 \text{ defa}} = 70.5 = 350 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$\sum_{k=5}^{32} (-3)$ toplamının değerini hesaplayalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=5}^{32} (-3) = \underbrace{(-3)+(-3)+(-3)+...+(-3)}_{32-5+1} = 28.(-3) = -84$$

Özellik

$$\sum_{k=1}^{n} (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \pm \sum_{k=1}^{n} b_k \text{ dir.}$$

Örnek:

$\sum_{k=1}^{6} (k^3 - 2k)$ toplamının değerini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{6} (k^3 - 2k) = \sum_{k=1}^{6} k^3 - \sum_{k=1}^{6} 2k$$

$$= (1^3 + 2^3 + ... + 6^3) - (2 + 4 + ... + 12)$$

$$= \left[\frac{6.(6+1)}{2}\right]^2 - 6.7$$

$$= 441 - 42 = 399$$

Özellik

$$\sum_{k=1}^{n} (b.a_k) = b.\sum_{k=1}^{n} a_k \text{ dir.}$$

Örnek:

$\sum_{a=1}^{12} (a+1).(a+2)$ toplamının değerini hesaplayalım.

Çözüm:

$$\sum_{a=1}^{12} (a+1).(a+2) = \sum_{a=1}^{12} (a^2 + 3a + 2)$$

$$= \sum_{a=1}^{12} a^2 + \sum_{a=1}^{12} 3a + \sum_{a=1}^{12} 2$$

$$= \sum_{a=1}^{12} a^2 + 3.\sum_{a=1}^{12} a + \sum_{a=1}^{12} 2$$

$$= \frac{12.13.25}{6} + 3.\frac{12.13}{2} + 12.2$$

$$= 650 + 234 + 24 = 908$$

Örnek:

$f(x) = 3x^3 - 2x$ olduğuna göre $\sum_{k=1}^{20} f(k)$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{20} f(k) = \sum_{k=1}^{20} (3k^3 - 2k) = 3.\sum_{k=1}^{20} k^3 - 2.\sum_{k=1}^{20} k$$

$$= 3.\left(\frac{20.21}{2}\right)^2 - 2.\frac{20.21}{2} = 132300 - 420$$

$$= 131880$$

Özellik

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{p} a_k + \sum_{k=p+1}^{n} a_k \text{ dir.}$$

Örnek:

$\sum_{k=12}^{41} 5k$ toplamının değerini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{11} 5k + \sum_{k=12}^{41} 5k = \sum_{k=1}^{41} 5k$$

$$\sum_{k=12}^{41} 5k = \sum_{k=1}^{41} 5k - \sum_{k=1}^{11} 5k = 5.\sum_{k=1}^{41} k - 5.\sum_{k=1}^{11} k$$

$$= 5.\frac{41.42}{2} - 5.\frac{11.12}{2} = 4305 - 830 = 3975$$

Örnek:

$\sum_{k=5}^{32} a_k = 376$ ve $\sum_{k=11}^{32} 2a_k = 284$ olduğuna göre $\sum_{k=5}^{10} a_k$ toplamının değeri kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=5}^{10} a_k + \sum_{k=11}^{32} a_k = \sum_{k=5}^{32} a_k \text{ olup,}$$

$$\sum_{k=5}^{10} a_k + 142 = 376 \Rightarrow \sum_{k=5}^{10} a_k = 376 - 142 = 234$$

Örnek:

$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2n^3 - 1$ olduğuna göre a_{10} değeri kaçtır?

Özellik

- $\sum_{k=p}^{n} a_k = \sum_{k=p+r}^{n+r} a_{k-r}$ dir.
- $\sum_{k=p}^{n} a_k = \sum_{k=p-r}^{n-r} a_{k+r}$ dir.

Örnek:

$\sum_{k=-2}^{21} (2k+5)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=-2}^{21} (2k+5) = \sum_{k=-2+3}^{21+3} (2.(k-3)+5)$$

$$= \sum_{k=1}^{24} (2k-1) = 2.\sum_{k=1}^{24} k - \sum_{k=1}^{24} 1$$

$$= 2.\frac{24.25}{2} - 24.1 = 576$$

Örnek:

$\sum\limits_{k=9}^{28} k^2$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=9}^{28} k^2 = \sum_{k=9-8}^{28-8} (k+8)^2 = \sum_{k=1}^{20} (k^2+16k+64)$$

$$= \sum_{k=1}^{20} k^2 + 16.\sum_{k=1}^{20} k + \sum_{k=1}^{20} 64$$

$$= \frac{20.21.41}{6} + 16.\frac{20.21}{2} + 20.64$$

$$= 2870 + 3360 + 1280 = 7510$$

Örnek:

$\sum\limits_{k=-5}^{n} (k - 7)$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=-5}^{n} (k - 7) = \sum_{k=-5+6}^{n+6} ((k-6)-7)$$

$$= \sum_{k=1}^{n+6} (k-13) = \sum_{k=1}^{n+6} k - \sum_{k=1}^{n+6} 13$$

$$= \frac{(n+6).(n+7)}{2} - (n+6).13$$

$$= \frac{n^2+13n+42-26n-156}{2}$$

$$= \frac{n^2-13n-114}{2}$$

Özellik

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m} a_{ki}\right) = \sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik}\right) \text{ dır.}$$

Örnek:

$$\sum_{a=1}^{5}\sum_{b=1}^{6} (a+b) = \sum_{a=1}^{5}\left(\sum_{b=1}^{6} a + \sum_{b=1}^{6} b\right)$$

$$= \sum_{a=1}^{5} (6a + \frac{6.7}{2}) = \sum_{a=1}^{5} (6a+21)$$

$$= 6.\sum_{a=1}^{5} a + \sum_{a=1}^{5} 21$$

$$= 6.\frac{5.6}{2} + 5.21 = 90 + 105 = 195$$

Örnek:

$$\sum_{k=12}^{63}\sum_{m=-2}^{27} 6 = \sum_{k=12}^{63}\left(\sum_{m=-2+3}^{27+3} 6\right)$$

$$= \sum_{k=12}^{63}\left(\sum_{m=1}^{30} 6\right) = \sum_{k=12}^{63} (30.6)$$

$$= \sum_{k=12-11}^{63-11} 180 = \sum_{k=1}^{52} 180 = 9360$$

Örnek:

$\sum\limits_{a=2}^{4}\sum\limits_{b=3}^{5} (3^a - 2^b)$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{a=3}^{4}\sum_{b=4}^{5} (3^a - 2^b) = \sum_{a=2}^{4}\left[(3^a-2^4)+(3^a-2^5)\right]$$

$$= \sum_{a=2}^{4} (2.3^a - 48)$$

$$= (2.3^3 - 48) + (2.3^4 - 48)$$

$$= 54 - 48 + 162 - 48 = 120$$

Örnek:

$\sum_{b=1}^{10}\left(b.\sum_{a=1}^{20}(-1)^{a+1}.(2a-1)\right)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm:

$$\sum_{b=1}^{10}\left(b.\sum_{a=1}^{20}(-1)^{a+1}.(2a-1)\right)$$

$$= \sum_{b=1}^{10}\left[b.(1-3+5-7+...+37-39\right]$$

$$= \sum_{b=1}^{10}\left[b.(-2-2-2-...-2\right]$$

$$= \sum_{b=1}^{10} -20b = -20.\sum_{b=1}^{10} b$$

$$= -20.\frac{10.11}{2} = -1100$$

Örnek:

$\sum_{k=2}^{19}\left(\log\left(\sum_{m=1}^{k}\frac{1}{m.(m+1)}\right)\right)$ ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm:

$$\sum_{k=2}^{19}\left(\log\left(\sum_{m=1}^{k}\frac{1}{m.(m+1)}\right)\right)$$

$$= \sum_{k=2}^{19}\left(\log\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{k.(k+1)}\right)\right)$$

$$= \sum_{k=2}^{19}\left(\log\frac{k}{k+1}\right) = \log\left(\frac{2}{3}\right)+\log\left(\frac{3}{4}\right)+...+\log\left(\frac{19}{20}\right)$$

$$= \log\left(\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{4}{5}.....\frac{19}{20}\right) = \log\frac{2}{20} = \log\frac{1}{10} = -1$$

Çözümlü Sorular

1. $\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}$ toplamını toplam sembolünü kullanarak ifade ediniz.

Çözüm:

$$\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}$$

$$= \frac{1}{7.8}+\frac{1}{8.9}+\frac{1}{9.10}+\frac{1}{10.11}+\frac{1}{11.12}+\frac{1}{12.13}$$

$$= \sum_{k=7}^{12}\frac{1}{k.(k+1)}$$

2. $\sum_{k=5}^{20}(k-m) = 120$ olduğuna göre m kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=5}^{20}(k-m) = \sum_{k=5-4}^{20-4}(k+4-m) = 120$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{16}(k+4-m) = \sum_{k=1}^{16}k + \sum_{k=1}^{16}(4-m) = 120$$

$$\Rightarrow \frac{16.17}{2} + 16.(4-m) = 120 \Rightarrow 136 + 64 - 16m = 120$$

$\Rightarrow -16m = -80 \Rightarrow m = 5$ bulunur.

3. $\sum_{k=5}^{84}\left(\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k-1}\right)$ toplamının sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=5}^{84}\left(\sqrt{2k+1}-\sqrt{2k-1}\right)$$

$= (\sqrt{11} - \sqrt{9}) + (\sqrt{13} - \sqrt{11}) + ... + (\sqrt{169} - \sqrt{167})$

$= -\sqrt{9} + \sqrt{169} = -3 + 13 = 10$

4. $\sum\limits_{k=1}^{n} \left(a_k - 2\right) = 46 - 2n$ ve $\sum\limits_{k=1}^{n} \left(3a_k - 2b_k\right) = 0$

olduğuna göre $\sum\limits_{k=1}^{n} b_k$ toplamı kaçtır?

Çözüm:

$\sum\limits_{k=1}^{n} \left(a_k - 2\right) = 46 - 2n \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{n} a_k - \sum\limits_{k=1}^{n} 2 = 46 - 2n$

$\Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{n} a_k - 2n = 46 - 2n \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = 46$ olur.

$\sum\limits_{k=1}^{n} \left(3a_k - 2b_k\right) = 0 \Rightarrow 3. \sum\limits_{k=1}^{n} a_k - 2. \sum\limits_{k=1}^{n} b_k = 0$

$\Rightarrow 3.46 - 2. \sum\limits_{k=1}^{n} b_k = 0 \Rightarrow -2. \sum\limits_{k=1}^{n} b_k = -138$

$\Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{n} b_k = 69$ olur.

5. $\sum\limits_{k=1}^{x+1} k^2 = \dfrac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{6}$ olduğuna göre

a+b+c+d toplamı kaçtır?

Çözüm:

$x = 1$ alınırsa,

$\sum\limits_{k=1}^{x+1} k^2 = \dfrac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{6}$ ise,

$\sum\limits_{k=1}^{2} k^2 = \dfrac{a + b + c + d}{6} = 1^2 + 2^2$

$\Rightarrow \dfrac{a + b + c + d}{6} = 5 \Rightarrow a + b + c + d = 30$ olur.

6. $\sum\limits_{k=12}^{29} k.k!$ toplamının sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\sum\limits_{k=1}^{n} k.k! = (n+1)! - 1$

$\sum\limits_{k=1}^{11} k.k! + \sum\limits_{k=12}^{29} k.k! = \sum\limits_{k=1}^{29} k.k!$

$(11+1)! - 1 + \sum\limits_{k=12}^{29} k.k! = (29+1)! - 1$

$12! - 1 + \sum\limits_{k=12}^{29} k.k! = 30! - 1$

$\sum\limits_{k=12}^{29} k.k! = 30! - 12!$ bulunur.

7. $\sum\limits_{k=-2}^{2} \dfrac{x-2}{2}$ toplamının sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$\sum\limits_{k=-2}^{2} \dfrac{x-2}{2} = \sum\limits_{k=-2}^{2} (\dfrac{1}{2}.x - 1) = \dfrac{1}{2}. \sum\limits_{k=-2}^{2} x - \sum\limits_{k=-2}^{2} 1$

$= \dfrac{1}{2}.(-2 + -1 + 0 + 1 + 2) - 5.1 = -5$

8. $\sum\limits_{a=2}^{42} \sum\limits_{b=3}^{27} (a+b) - \sum\limits_{b=3}^{27} \sum\limits_{a=2}^{42} (a+b)$ ifadesinin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{a=2}^{42}\sum_{b=3}^{27}(a+b)=\sum_{b=3}^{27}\sum_{a=2}^{42}(a+b) \text{ olduğundan,}$$

$$\sum_{a=2}^{42}\sum_{b=3}^{27}(a+b)-\sum_{b=3}^{27}\sum_{a=2}^{42}(a+b)=0 \text{ olur.}$$

9. $\sum_{k=-2}^{2}\sin\frac{2k\pi}{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=-2}^{2}\sin\frac{2k\pi}{3}$$

$$=\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+\sin 0+\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}+0+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0 \text{ bulunur.}$$

10. $\sum_{k=91}^{180}\cos^2 x$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$\sin x=\cos(90-x)$ ve $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ olduğu göz önünde bulundurulursa,

$$\sum_{k=91}^{180}\cos^2 x$$

$$=\cos^2 91+\cos^2 92+\cos^2 93+\ldots+\cos^2 135+\ldots$$
$$+\cos^2 177+\cos^2 178+\cos^2 179+\cos^2 180$$

$$=\sin^2 1+\sin^2 2+\sin^2 3+\ldots+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\ldots$$
$$+\sin^2 87+\sin^2 88+\sin^2 89+1+0^2$$

$$=\sin^2 1+\sin^2 2+\sin^2 3+\ldots+\frac{1}{2}+\ldots$$
$$+\cos^2 3+\cos^2 2+\cos^2 1+1$$

$$=\sin^2 1+\cos^2 1+\sin^2 2+\cos^2 2+\sin^2 3+\cos^2 3+\ldots$$
$$+\sin^2 44+\cos^2 44+\frac{1}{2}+1$$

$$=1+1+1+\ldots+1+\frac{1}{2}+1=44+\frac{1}{2}+1=\frac{91}{2} \text{ bulunur.}$$

11. $i^2=-1$ olmak üzere $\sum_{k=1}^{45} i^{2k+1}$ toplamının sonucunu bulunuz.

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{45} i^{2k+1}$$

$$=i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}+i^{13}+\ldots+i^{87}+i^{89}+i^{91}$$

$$=(-i)+i+(-i)+i+(-i)+i+\ldots+(-i)+i+(-i)=-i$$

12. $\sum_{k=1}^{63}\log_2\left(1+\frac{1}{k}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{63}\log_2\left(1+\frac{1}{k}\right)=\sum_{k=1}^{63}\log_2\left(\frac{k+1}{k}\right)$$

$$=\log_2\frac{2}{1}+\log_2\frac{3}{2}+\log_2\frac{4}{3}+\ldots+\log_2\frac{63}{62}+\log_2\frac{64}{63}$$

$$=\log_2\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdots\frac{63}{62}\cdot\frac{64}{63}\right)=\log_2 64=\log_2 2^6=6 \text{ olur.}$$

13. $\sum_{k=1}^{5}\sum_{k=1}^{4}\sum_{k=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}1$ toplamının sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{5}\sum_{k=1}^{4}\sum_{k=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}1=\sum_{k=1}^{5}\sum_{k=1}^{4}\sum_{k=1}^{3}(2.1)$$

$$=\sum_{k=1}^{5}\sum_{k=1}^{4}(3.2)$$

$$=\sum_{k=1}^{5}(4.6)=5.24=120$$

14. $\sum_{a=0}^{18}(2^{a-1}-2^{a})$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{a=0}^{18}(2^{a-1}-2^{a})=\sum_{a=0}^{18}\left(2^{a}.(\frac{1}{2}-1)\right)=-\frac{1}{2}.\sum_{a=0}^{18}2^{a}$$

$$=-\frac{1}{2}.\left(\frac{1-2^{18+1}}{1-2}\right)=-\frac{1}{2}.\frac{2^{19}-1}{2-1}$$

$$=\frac{1-2^{19}}{2}$$

15. $\sum_{k=2}^{m+6}(k-2)=\sum_{k=-3}^{5}(k+3)$ olduğuna göre m kaçtır?

Çözüm:

$\sum_{k=2}^{m+6}(k-2)=\sum_{k=-3}^{5}(k+3)$ ise,

$$\Rightarrow\sum_{k=2}^{m+6}(k-2)=\sum_{k=-3+5}^{5+5}(k-5+3)$$

$\Rightarrow\sum_{k=2}^{m+6}(k-2)=\sum_{k=2}^{10}(k-2)$ olup,

$m+6=10\Rightarrow m=4$ bulunur.

16. $\sum_{k=1}^{a}(3k-1)>22$ koşulunu sağlayan en küçük a doğal sayısı kaçtır?

Çözüm:

$$\sum_{k=1}^{a}(3k-1)>22\Rightarrow 3.\sum_{k=1}^{a}k-\sum_{k=1}^{a}1>22$$

$$\Rightarrow 3.\frac{a.(a+1)}{2}-a.1>22$$

$$\Rightarrow\frac{3a^{2}+3a-2a}{2}>22\Rightarrow\frac{3a^{2}+a}{2}>22$$

$$\Rightarrow 3a^{2}+a-44>0\Rightarrow(3a-11).(a+4)>0$$

$\Rightarrow a<-4$ veya $a>\frac{11}{3}$ olur.

$a>1$ olacağına göre, a nın alabileceği en küçük değer 4 olur.

17. $f(x)=2x-3$, $(f\circ g)(x)=-4x+1$ olmak üzere $\sum_{k=1}^{8}g(k)$ toplamının sonucu kaçtır?

Çözüm:

$f(x)=2x-3$ olmak üzere $(f\circ g)(x)=-4x+1$ ise,

$2.g(x)-3=-4x+1\Rightarrow g(x)=-2x+2$ olup,

$$\sum_{k=1}^{8}g(k)=\sum_{k=1}^{8}(-2k+2)=-2\sum_{k=1}^{8}k+\sum_{k=1}^{8}2$$

$$=-2.\frac{8.9}{2}+8.2=-72+16-56$$

bulunur.

Konu Bitmiştir.