BÖLME, BÖLÜNEBİLME

A. Bölme İşlemi

A, B, C, K doğal sayılar ve $B \neq 0$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} -\ \vdots & C \\ \cline{1-1} K & \end{array}$$

işlemine bölme denir.

Bölme işleminde;

A ya bölünen,

B ye bölen,

C ye bölüm,

K ye kalan denir.

Yukarıdaki bölme işlemi; $A = B.C + K$ biçiminde de gösterilir.

Bir bölme işleminde;

1. $K < B$ dir.
2. $K = 0$ ise A sayısı B sayısına tam olarak bölünür.
3. Kalan bölümden küçük ise bölen ile bölümün yerlerinin değiştirilmesi kalanı değiştirmez.

   Yani $K < C$ ise,

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} -\ \vdots & C \\ \cline{1-1} K & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} A & C \\ \cline{2-2} -\ \vdots & B \\ \cline{1-1} K & \end{array}$$

Örnek:

75 sayısını 9 sayısına bölelim.

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} 75 & 9 \\ \cline{2-2} -\ 72 & 8 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Bu bölme işleminde,

Bölünen $A = 75$, bölen $B = 9$, bölüm $C = 8$ ve

kalan $K = 3$ tür.

Yukarıdaki bölme işlemine göre,

1. $3 < 9$ yani, $K < B$ dir.
2. $K = 0$ olmadığı için 75 sayısı 9 sayısına tam olarak bölünmez.
3. $3 < 9$ ve $3 < 8$ yani (K<B ve K<C) olduğu için bölen ile bölümün (9 ile 8) yer değiştirmesi kalanı değiştirmez.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 9 \\ \cline{2-2} -\ 72 & 8 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 8 \\ \cline{2-2} -\ 72 & 9 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

Örnek:

13 ile bölündüğünde bölümü 15, kalanı 8 olan sayıyı bulalım.

Çözüm:

İstenen sayı x olsun. Verilenlere göre,

$$\begin{array}{r|l} x & 13 \\ \cline{2-2} -\ \vdots & 15 \\ \cline{1-1} 8 & \end{array}$$

Buradan; $x = 13.15 + 8 = 203$ bulunur.

Örnek:

$4ab$ üç basamaklı bir sayı olmak üzere, $4ab$ sayısı 26 ile tam bölünebildiğine ve bölüm 17 olduğuna göre, $a + b$ toplamını bulalım.

Çözüm:

$4ab$ sayısı 26 ile tam bölünebildiğine göre, kalanı 0 dır.

Buna göre,

$$\begin{array}{r|l} 4ab & 26 \\ \cline{2-2} -\ \vdots & 17 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Buradan, $4ab = 26.27 + 08 = 442$ bulunur.

$4ab = 442$ ise, $a = 4$ ve $b = 2$ dir.

Buna göre, $a + b = 4 + 2 = 6$ olur.

Örnek:

$$\begin{array}{r|l} a & 2 \\ \cline{2-2} - \vdots & b \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} b & 3 \\ \cline{2-2} - \vdots & c \\ \hline 2 & \end{array}$$

olduğuna göre, a sayısının 6 ile bölümünden elde edilen kalanı bulalım.

Çözüm:

$$\begin{array}{r|l} a & 2 \\ \cline{2-2} - \vdots & b \\ \hline 1 & \end{array} \quad \text{ise, } a = 2.b + 1 \ldots (1) \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{r|l} b & 3 \\ \cline{2-2} - \vdots & c \\ \hline 2 & \end{array} \quad \text{ise, } b = 3.c + 2 \ldots (2) \text{ dir.}$$

b nin (2) denklemindeki değerini (1) denkleminde yerine yazalım:

$a = 2.b + 1$

$a = 2.(3.c + 2) + 1$

$a = 6.c + 5$ tir.

Demek ki, a sayısının 6 ya bölünmesiyle elde edilen bölüm c ve kalan 5 tir.

Örnek:

n doğal sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} A & 18 \\ \cline{2-2} - \vdots & n \\ \hline n^2 & \end{array}$$

olduğuna göre, A nın alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre,

- $A = 18.n + n^2$ ve
- $n^2 < 18$ dir.

A sayısı n ye bağlı olduğu için, n en büyük değerini alırsa A da en büyük değerini alır.

$3^2 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$ olduğuna göre, $n^2 < 18$ koşulunu sağlayan en büyük doğal sayı $n = 4$ tür.

Buna göre A nın en büyük değeri;

$A = 18.4 + 4^2 = 72 + 16 = 88$ olur.

Kural

A sayısının C ye bölümünden kalan m,
B sayısının C ye bölümünden kalan n olsun.

Bu durumda,

1. $A.B$ nin C ile bölümünden kalan $m.n$ dir.
2. $A \pm B$ nin C ile bölümünden kalan $m \pm n$ dir.
3. $k.A$ nın C ile bölümünden kalan $k.m$ dir.
4. A^k nın C ile bölümünden kalan m^k dır.

Ayrıca $m.n$, $m \pm n$, $k.m$, m^k sayıları C den büyük ise bu değerler tekrar C ye bölünerek kalan belirlenir.

Örnek:

x sayısının 5 e bölünmesiyle elde edilen kalan 2,
y sayısının 5 e bölünmesiyle elde edilen kalan 4

olduğuna göre, $x + y$ nin 5 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$2 + 4 = 6$ olduğuna göre, kalanların toplamı 6 dır.

6 nın 5 ile bölümünden kalan 1 olduğu için, $x + y$ nin 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

Örnek:

x sayısının 5 e bölünmesiyle elde edilen kalan 2,
y sayısının 5 e bölünmesiyle elde edilen kalan 4

olduğuna göre, $x.y$ nin 5 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$2.4 = 8$ olduğuna göre, kalanların toplamı 8 dir.

8 in 5 ile bölümünden kalan 3 olduğu için, $x.y$ nin 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

Örnek:

x sayısının 7 ye bölünmesiyle elde edilen kalan 1 olduğuna göre, $3.x$ in 7 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$x = 1$ için, $3.1 = 3$ olduğuna göre, $3.x$ in 7 ile bölümünden kalan 3 tür.

Örnek:

x sayısının 9 ile bölümünden elde edilen kalan 2 olduğuna göre, x^4 ün 9 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$x = 2$ için,

$x^4 = 2^4 = 2.2.2.2 = 16$ dır.

16 nın 9 ile bölümünden elde edilen kalan 7 olduğuna göre, x^4 ün 9 ile bölümünden kalan 7 dir.

Örnek:

$A = 6$ olduğuna göre, A^{2005} in 5 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

6 nın 5 ile bölümünden elde edilen kalan 1 dir.

$A = 1$ için, $A^{2005} = 1^{2005} = 1$ olduğuna göre, 6^{2005} in 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

Uyarı

2^{2004} sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır? Gibi bazı örnek modellerini "Modüler Aritmetik" konusunda işleyeceğiz.

B. Bölünebilme Kuralları

Burada sırasıyla 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 6 ve 11 den büyük bazı sayılar ile bölünebilme kurallarını ele alacağız.

1. 2 ile Bölünebilme

Her çift sayı 2 ile tam olarak bölünür. Her tek sayının 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

Örnek:

334, 330, 118, 86, -112, -248, -5760 sayıları çift sayı olduğu için, 2 ile tam bölünürler.

Örnek:

213, 141, 108, 87, -115, -243, -5761 sayıları tek sayı olduğu için, 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

2. 3 ile Bölünebilme

Rakamları toplamı 3 ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür. Bir sayının 3 ile bölümünden kalan, rakamlarının toplamının 3 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

Sekiz basamaklı 80716203 sayısı 3 ile tam bölünür. Çünkü bu sayının rakamlarının toplamı,

$8 + 0 + 7 + 1 + 6 + 2 + 0 + 3 = 27$ dir.

27 sayısı ise 3 ün 9 katıdır.

Örnek:

Beş basamaklı 44444 sayısının 3 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

Verilen sayının rakamlarının toplamı;

$4+4+4+4+4=20$ dir.

Rakamların toplamı 3 ile bölündüğünde,

$20=3.6+2$ kalan 2 olur.

44444 sayısının rakamlarının toplamının 3 ile bölümünden kalan 2 olduğu için, 44444 sayısının 3 ile bölümünden kalan da 2 olur.

Uyarı

0 sayısı 3 ün 0 katıdır ve 3 e tam bölünür.
3 sayısı 3 ün 1 katıdır ve 3 e tam bölünür.
-6 sayısı 3 ün -2 katıdır ve 3 e tam bölünür.

3. 4 ile Bölünebilme

Bir sayının son iki basamağının (birler ve onlar basamağı) belirttiği sayı 4 e bölünüyorsa o sayı da 4 e bölünür.

Bir sayının son iki basamağının belirttiği sayının 4 ile bölümünden kalan o sayının 4 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

736 sayısının son iki basamağının belirttiği sayı 36 dır.

36 sayısı 4 ün tam katı olduğu için, 736 sayısı 4 ile tam bölünür.

Örnek:

16408 sayısının son iki basamağının belirttiği sayı 08 = 8 dir.

8 sayısı 4 ün tam katı olduğu için, 16408 sayısı 4 ile tam bölünür.

Örnek:

35700 sayısının son iki basamağının belirttiği sayı 00 = 0 dır.

0 sayısı 4 ün tam katı olduğu için, 35700 sayısı 4 ile tam bölünür.

Örnek:

23527 sayısının 4 ile bölümünden elde edilen kalanı bulalım.

Çözüm:

23527 sayısının son iki basamağının belirttiği sayı 27 dir.

$27=4.6+3$ olduğundan kalan 3 tür.

O halde 23527 sayısının 4 ile bölümünden elde edilen kalan 3 tür.

Örnek:

a bir rakam olmak üzere, üç basamaklı $\overline{91a}$ sayısının 4 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, a sayısının alabileceği değerleri bulalım.

Çözüm:

$\overline{91a}$ sayısının 4 ile bölünebilmesi için $\overline{1a}$ iki basamaklı sayısının 4 ile bölünebilmesi gerekir.

1 ile başlayan, iki basamaklı ve 4 ile bölünebilen sayılar 12 ve 16 dır. 4 ile bölümünden 1 kalanını veren sayılar ise 13 ve 17 dir.

Buna göre, istenilen sayı 913 veya 917 olacaktır. Buradan $a=3$ veya $a=7$ olur.

4. 5 ile Bölünebilme

Birler basamağı 0 ya da 5 olan sayılar 5 ile bölünürler. Bir sayının 5 ile bölümünden kalan, birler basamağının 5 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

1000, 85, 70, -30, -265 sayıları 5 ile tam bölünür.

Örnek:

273 sayısının birler basamağındaki rakam 3 tür.
3 ün 5 ile bölümünden kalan 3 tür. Bu durumda, 273 sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

Örnek:

3477 sayısının birler basamağındaki rakam 7 dir.
7 nin 5 ile bölümünden kalan 2 dir. Bu durumda, 3477 sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 dir.

Örnek:

25839 sayısının birler basamağındaki rakam 9 dur.
9 un 5 ile bölümünden kalan 4 tür. Bu durumda, 25839 sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 tür.

5. 8 ile Bölünebilme

Son üç basamağının (yüzler, onlar, birler) oluşturduğu sayı 8 ile bölünebiliyorsa, o sayı 8 ile tam bölünür.

Yani a, b, c, d, e birer rakam olmak üzere, (. . . abcde) sayısının 8 ile bölünebilmesi için (cde) sayısının 8 ile bölünebilmesi gerekir.

Bir sayının 8 ile bölümünden kalan, o sayının son üç basamağını oluşturan sayının 8 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

35008 sayısı 8 ile tam bölünür. Çünkü, 35008 sayısının son üç basamağı 008 = 8 sayısı 8 ile tam bölünür.

Örnek:

147240 sayısı 8 ile tam bölünür. Çünkü, 147240 sayısının son üç basamağı 240 sayısı 8 ile tam bölünür.

Örnek:

a sıfırdan farklı bir rakam olmak üzere, beş basamaklı $5312a$ sayısı 8 ile tam bölündüğüne göre, a sayısını bulalım.

Çözüm:

$5312a$ sayısı 8 ile tam bölündüğüne göre, $5312a$ sayısının son üç basamağı olan 12a sayısı da 8 ile tam bölünür.

12a sayısı 8 ile tam bölünebildiğine göre, $a = 0$ ya da $a = 8$ dir. $a = 0$ olamayacağına göre, $a = 8$ olur.

Örnek:

3517013 sayısının 8 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

3517013 sayısının 8 ile bölümünden kalan 3517013 sayısının son üç basamağı olan 013 yani 13 sayısının 8 ile bölümünden kalana eşittir.

13 sayısının 8 ile bölümünden kalan 5 olduğu için 3517013 sayısının 8 ile bölümünden kalan da 5 tir.

9. 9 ile Bölünebilme

Rakamları toplamı 9 un katı olan sayılar 9 ile tam bölünür.
Bir sayının 9 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

Örnek:

1234530 sayısı 9 ile tam bölünür. Çünkü bu sayının rakamlarının toplamı,

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 3 + 0 = 18$ dir.

18 sayısı ise 9 un katıdır.

Örnek:

Sekiz basamaklı 55555555 sayısının 9 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

Verilen sayının rakamları toplamı,

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 40$ tır.

$40 = 9.4 + 4$ olduğu için 40 ın 9 ile bölümünden kalan 4 tür.

Buna göre, basamaklı 55555555 sayısının 9 ile bölümünden kalan da 4 tür.

Örnek:

Üç basamaklı $x9y$ sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre, beş basamaklı 3x4y7 sayısının 9 ile bölümünden kalanı bulalım.

Çözüm:

$x9y$ sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre, rakamlarının toplamı da 9 un katıdır.

Buna göre, k bir tam sayı olmak üzere,

$x + 9 + y = 9k$

$x + y = 9k - 9$ dur.

3x4y7 sayısının 9 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

Buna göre,

$$3 + x + 4 + y + 7 = x + y + 14$$

$$= 9k - 9 + 14$$

$$= 9k + 5 \text{ tir.}$$

Buna göre, 3x4y7 sayısının 9 ile bölümünden kalan 5 tir.

7. 10 ile Bölünebilme

Birler basamağı 0 olan bütün sayılar 10 ile tam bölünür. Bir sayının 10 ile bölümünden kalan, birler basamağındaki rakama eşittir.

Örnek:

-340, 210, 1000 sayıları 10 ile tam bölünür.

Örnek:

1573 sayısının 10 ile bölümünden kalan 3 tür.

Örnek:

293147 sayısının 10 ile bölümünden kalan 7 dir.

8. 11 ile Bölünebilme

Beş basamaklı abcde sayısını göz önüne alalım.

$\underset{+}{a}\ \underset{-}{b}\ \underset{+}{c}\ \underset{-}{d}\ \underset{+}{e}$ olmak üzere,

$(a + c + e) - (b + d)$ işleminin sonucu 11 in tam katı ise, abcde sayısı 11 ile tam bölünür.

Burada yapılan işlem,

sayının rakamları sağdan sola doğru + , – işaretleriyle gruplandırılır. + lıların toplamıyla – lilerin toplamının farkı bulunur. Fark 11 in tam katı ise o sayı 11 ile tam bölünür.

Örnek:

484 sayısının 11 ile tam bölündüğünü gösterelim.

Çözüm:

$\underset{+}{4}\ \underset{-}{8}\ \underset{+}{4}$ olmak üzere, $(4 + 4) - 8 = 0$ dır.

0 sayısı 11 in 0 katı (tam katı) olduğu için, 484 sayısı 11 ile tam bölünür.

Örnek:

180928 sayısının 11 ile tam bölündüğünü gösterelim.

Çözüm:

$\underset{+}{1}\ \underset{-}{8}\ \underset{+}{0}\ \underset{-}{9}\ \underset{+}{2}\ \underset{-}{8}$ olmak üzere,

$(1 + 0 + 2) - (8 + 9 + 8) = 3 - 25 = -22$ dir.

– 22 sayısı 11 in – 2 katı (tam katı) olduğu için, 180928 sayısı 11 ile tam bölünür.

Örnek:

4302568 sayısının 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

$\underset{+}{4}\ \underset{-}{3}\ \underset{+}{0}\ \underset{-}{2}\ \underset{+}{5}\ \underset{-}{6}\ \underset{+}{8}$ olmak üzere,

$(4 + 0 + 5 + 8) - (3 + 2 + 6) = 17 - 11 = 6$ dır.

6 nın 11 ile bölümünden kalan 6 dır.

Buna göre 4302568 sayısının 11 ile bölümünden kalan 6 dır.

Kural

a ile b nin 1 den başka pozitif ortak böleni olmamak üzere (a ile b aralarında asal olmak üzere),

a ile ve b ile tam bölünebilen bir sayı a.b ile de tam bölünür.

Örnek:

4 ile 7 nin 1 den başka pozitif ortak böleni yoktur. Yani 4 ile 7 aralarında asaldır. Buna göre,

4 ile ve 7 ile bölünebilen bir sayı 4.7 = 28 ile de tam bölünür.

Sonuç

2 ve 3 ile tam bölünebilen sayılar $2.3 = 6$ ile tam bölünür.

2 ve 5 ile tam bölünebilen sayılar $2.5 = 10$ ile tam bölünür.

3 ve 4 ile tam bölünebilen sayılar $3.4 = 12$ ile tam bölünür.

3 ve 5 ile tam bölünebilen sayılar $3.5 = 15$ ile tam bölünür.

2 ve 9 ile tam bölünebilen sayılar $2.9 = 18$ ile tam bölünür.

4 ve 5 ile tam bölünebilen sayılar $4.5 = 20$ ile tam bölünür.

3 ve 8 ile tam bölünebilen sayılar $3.8 = 24$ ile tam bölünür.

4 ve 9 ile tam bölünebilen sayılar $4.9 = 36$ ile tam bölünür.

5 ve 9 ile tam bölünebilen sayılar $5.9 = 45$ ile tam bölünür.

Örnek:

3264 sayısının 6 ya bölünüp bölünmediğini araştıralım.

Çözüm:

3264 sayısının son rakamı çift olduğu için bu sayı 2 ye tam bölünür.

Rakamlarının toplamı (3 + 2 + 6 + 4 = 15 =3.5) 3 ün katı olduğu için, 3 ile de tam bölünür.

Öyleyse, 3264 sayısı 2 ve 3 ile tam bölündüğü için 6 ile tam bölünür.

Örnek:

Yedi basamaklı 12345AB sayısı, 20 ile tam bölünebildiğine göre, A nın alabileceği değerlerin toplamını bulalım.

Çözüm:

Yedi basamaklı 12345AB sayısı 20 ile tam bölünebiliyorsa 20 nin asal çarpanları olan 5 ve 4 ile tam bölünür.

12345AB sayısı 5 ile tam bölünebildiğine göre,

$B = 0$ veya $B = 5$ olur.

12345AB sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, AB sayısı 4 ün tam katıdır.

$B = 0$ ise, A0 ın 4 ün tam katı olması için A nın değeri 0,2,4,6 veya 8 olmalıdır.

4 ün tam katı olan sayılar çifttir. Bu nedenle $B = 5$ olduğunda 12345A5 sayısı 20 ile bölünemez.

Buna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı,

0 + 2 + 4 + 6 + 8 = 20 dir.

Örnek:

Beş basamaklı 345AB sayısı, 18 ile tam bölünebildiğine göre, A + B nin alabileceği en büyük değeri bulalım.

Çözüm:

Beş basamaklı 345AB sayısı 18 ile tam bölünebiliyorsa 18 in aralarında asal çarpanları olan 2 ve 9 ile tam bölünür.

345AB, 9 ile tam bölünebildiğine göre, 345AB sayısının rakamları toplamı olan,

3 + 4 + 5 + A + B = 12 + A + B sayısı 9 un tam katıdır.

$A + B = 15$ olursa, $12 + A + B = 27$ olur.
27 de 9 un tam katıdır.

Buna göre $A + B$ en fazla 15 olabilir.

Çözümlü Sorular

1. 15 ile bölündüğünde, bölümü 12 ve kalanı 7 olan sayı kaçtır?

Çözüm:

İstenilen sayı K olsun.

$$\begin{array}{c|c} K & 15 \\ \cline{2-2} \vdots & 12 \\ \hline 7 & \end{array}$$

Bölme işleminde,

$\text{Bölen} = \text{Bölen.Bölüm} + \text{Kalan}$ ilişkisi bulunduğundan,

$K = 15.12 + 7 = 180 + 7 = 187$ bulunur.

2. Toplamları 247 olan iki doğal sayıdan büyüğü küçüğüne bölündüğünde, bölüm 9 kalan 17 oluyor.

Buna göre, büyük sayı kaçtır?

Çözüm:

İki doğal sayıdan büyüğü A ve küçüğü B olsun.

Buna göre,

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \cline{2-2} \vdots & 9 \\ \hline 17 & \end{array}$$

Buradan, $A = 9.B + 17$ dir.

$A + B = 247$

$9.B + 17 + B = 247$

$10.B = 230$

$B = 23$ tür.

Buna göre, büyük sayı,

$A = 9.B + 17 = 9.23 + 17 = 224$ tür.

3.

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \cline{2-2} \vdots & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} B & C \\ \cline{2-2} \vdots & 5 \\ \hline 3 & \end{array}$$

olduğuna göre, A sayısının 15 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \cline{2-2} \vdots & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \text{ise, } A = 3.B + 2 \text{ dir. ...(1)}$$

$$\begin{array}{c|c} B & C \\ \cline{2-2} \vdots & 5 \\ \hline 3 & \end{array} \quad \text{ise, } B = 5.C + 3 \text{ tür. ...(2)}$$

(2) deki B nin değerini (1) de yerine yazalım:

$A = 3.(5.C + 3) + 2$

$A = 15.C + 9 + 2$

$A = 15.C + 11$ ... dir.

Bu durumda, A nın 15 ile bölümünden kalan 11 dir.

4. m bir doğal sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{c|c} A & 28 \\ \cline{2-2} \vdots & m \\ \hline m^3 & \end{array}$$

olduğuna göre, A nın en büyük değeri kaçtır?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$A = 28.m + m^3$ ve $m^3 < 28$ dir.

A nın en büyük değerini alması, m nin en büyük değerini almasına bağlıdır.

$m^3 < 28$ koşulunu sağlayan en büyük doğal sayı, $m = 3$ tür.

Buna göre, A nın en büyük değeri,

$A = 28.m + m^3 = 28.3 + 3^3 = 84 + 27 = 111$ dir.

5. $m \neq n$ olmak üzere, dört basamaklı 25mn sayısı 6 ile bölünebiliyor.

Buna göre, $m + n$ toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm:

$m \neq n$ olmak üzereı 25mn sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, n çift bir rakam ve sayının rakamlarının toplamı 3 ün katı olmalıdır.

$k \in N$ olmak üzere,

$n = 8$ için,

$25mn$ sayısının rakamları toplamı,

$2 + 5 + m + 8 = 3.k$

$m + 15 = 3.k$

$m = 3.(k - 5)$ dir.

Yani, m sayısı 3 ün tam katıdır.

Buna göre en büyük m değeri, $m = 9$ dur.

Bu durumda, $m + n$ toplamının alabileceği en büyük değer,

$m + n = 9 + 8 = 17$ olur.

6. abc biçiminde yazılmış üç basamaklı bir sayı 9 ile tam bölünebilmekte ve 10 ile bölümünden 7 kalanını vermektedir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaç farklı değer alabilir?

Çözüm:

abc sayısının 10 ile bölümünden kalan 7 ise $c = 7$ dir.

$ab7$ sayısının 9 ile bölünebilmesi için;

$a + b + 7 = 9.k$, $k \in N$ olmalıdır.

$k = 1$ için, $a + b = 2$ dir.

$k = 2$ için, $a + b = 11$ dir.

$k = 3$ için, $a + b = 20$ dir.

Ancak a ve b rakam olduğu için, $a + b = 20$ olamaz.

Demek ki $a + b$ toplamı 2 farklı değer alabilir.

7. Dört basamaklı 64a2 sayısı 4 ile tam bölünebilen bir sayı olduğuna göre, a kaç farklı değer alabilir?

Çözüm:

$64a2$ sayısı 4 ile bölünebildiğine göre, $a2$ sayısı 4 ün katıdır.

Buna göre, $a2 = 4.k$, $k \in N$ olmalıdır.

$k = 3$ için, $a = 1$

$k = 8$ için, $a = 3$

$k = 13$ için, $a = 5$

$k = 18$ için, $a = 7$

$k = 23$ için, $a = 9$ olur.

k nın diğer değerleri için a bulunamaz.

Buna göre, a rakamı 5 farklı değer alabilir.

8. a, b, c birer rakam ve $b = 2a$ olmak üzere, üç basamaklı, 3 ile bölünebilen abc biçimindeki sayılar yazılacaktır.

Buna göre, c kaç farklı değer alabilir?

Çözüm:

abc sayısı 3 ile bölünebildiğine göre, bu sayının rakamları toplamı, (k bir tam sayı)

$a + b + c = 3k$ olmalıdır.

$b = 2a$ olduğu için,

$a + 2a + c = 3k$

$3a + c = 3k$

$c = 3k - 3a$

$c = 3.(k - a)$ dır.

Bu durumda, c rakamı 3 ün katıdır.

Buna göre, $c = 0,3,6,9$ olmak üzere 4 farklı değer alabilir.

9. $a < b < 6$ olmak üzere, üç basamaklı $4ba$ sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, b kaç farklı değer alabilir?

Çözüm:

$4ba$ sayısı 6 ile tam bölünebiliyorsa 2 ile ve 3 ile tam bölünebilir.

$4ba$ sayısı 2 ile tam bölünebildiğine göre, $(a < b)$

$a = 0,2,4,6,8$ olabilir.

$a = 0$ için $4b0$ sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre,

$b = 2$ veya $b = 5$ olur.

$a = 2$ için $4b2$ sayısı 3 ile tam bölünebildiğine göre,

$b = 3$ olur.

a nın diğer değerleri için $b < 6$ şartını sağlayan b değerleri bulunamaz.

Buna göre, b rakamı 3 farklı değer alabilir.

10. Beş basamaklı $573ab$ sayısı, 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veren çift sayıdır.

Bu sayı, 9 ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?

Çözüm:

$573ab$ sayısı 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veren çift sayı ise $573ab$ sayısının birler basamağındaki çift rakam olan b nin 5 ile bölümünden elde edilen kalan 1 dir.

Bu durumda b nin değeri 6 dır.

$b = 6$ için, $573a6$ sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre bu sayının rakamları toplamı 8 un tam katıdır. ($k \in N$)

$5 + 7 + 3 + a + 6 = 9.k$

$a + 21 = 9.k$ dir.

$k = 3$ için $a + 21 = 27 \Rightarrow a = 6$ dır.

11. Bir P sayısının 11 ile bölümünden elde edilen kalan 5 tir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi 11 ile daima tam bölünür?

A) P – 6 B) P + 5 C) 2P + 6 D) 2P + 1 E) 2P + 10

Çözüm:

P nin 11 ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre,

$P = 11.k + 5$ tir.

$k = 0,1,2,3,4,..., n,...$ olduğu için $k = 0$ seçilebilir.

$k = 0$ ise, $P = 5$ olur.

Buna göre, sırasıyla seçenekleri inceleyelim.

$P - 6 = 5 - 6 = -1$

$P + 5 = 5 + 5 = 10$

$2P + 6 = 2.5 + 6 = 16$

$2P + 1 = 2.5 + 1 = 11$

$2P + 10 = 2.5 + 10 = 20$

Görüldüğü gibi, 11 in katı olan sayı $2P + 1$ dir.

12. $(345)^3 + (56)^5$ toplamının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

$3 + 4 + 5 = 12 = 9 + 3$ olduğu için, 345 in 9 ile bölümünden kalan 3 tür.

Buna göre, $(345)^3$ ün 9 ile bölümünden kalan 3^3 ün 9 ile bölümünden kalana eşittir.

$3^3 = 27$ nin 9 a bölümünden kalan 0 dır.

$5 + 6 = 11 = 9 + 2$ olduğu için, 56 nın 9 ile bölümünden kalan 2 dir.

Buna göre, $(56)^5$ in 9 ile bölümünden kalan 2^5 in 9 ile bölümünden kalana eşittir.

$2^5 = 32$ nin 9 a bölümünden kalan 5 tir.

Buna göre, $(345)^3 + (56)^5$ toplamının 9 ile bölümünden kalan, $0 + 5 = 5$ tir.

13. Altı basamaklı 7531ab sayısı, 40 ile tam bölünebildiğine göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm:

Altı basamaklı 7531ab sayısı 40 ile bölünebiliyorsa 40 ın asal çarpanları olan 8 ve 5 e tam bölünür.

$7531ab$ sayısı 5 ile tam bölünüyorsa,

$b = 0$ veya $b = 5$ olur.

$7531ab$ sayısı 8 ile tam bölünüyorsa, $1ab$ sayısı 8 in katıdır. Yani $1ab = 8.k$, $(k \in N)$ dir.

Buna göre, 8 çift olduğu için $1ab$ sayısı da çifttir.

Bu durumda, $b = 0$ dır.

Buradan, $1a0 = 8.k$ olabilmesi için, $a = 2$ veya $a = 6$ olmalıdır.

Diğer a rakamları için $1a0$ sayısı 8 in katı olmaz.

Demek ki a nın alabileceği değerlerin toplamı;

$2 + 6 = 8$ dir.

14. Dört basamaklı 54AB sayısının 45 ile bölümünden elde edilen kalan 13 olduğuna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm:

$54AB$ sayısının 45 ile bölümünden kalan 13 ise, $54AB$ sayısının 5 ile ve 9 ile bölümünden kalan 13 ün 5 ile ve 9 ile bölümünden kalana eşittir.

13 ün 9 ile bölümünden kalan 4 olduğu için $54AB$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 4 tür.

13 ün 5 ile bölümünden kalan 3 olduğu için $54AB$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 tür.

$54AB$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 3 ise, B nin değeri 3 veya 8 dir.

$B = 3$ için, $54A3$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 4 ise, bu sayının rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalan 4 tür. $5 + 4 + A + 3 = 12 + A$ ise $A = 1$ dir.

$B = 8$ için, $54A8$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 4 ise, bu sayının rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalan 4 tür. $5 + 4 + A + 8 = 17 + A$ ise $A = 5$ tir.

Buna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı, $1 + 5 = 6$ dır.

15. Dört basamaklı rakamları birbirinden farklı A23B sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 dir.

Buna göre, $A + B$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

Çözüm:

Dört basamaklı $A23B$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 ise, B nin değeri 2 veya 7 dir. Sayının rakamları farklı olduğu için B nin değeri 2 olamaz.

$A23B$ sayısı dört basamaklı olduğuna göre A en az 1 dir.

Buna göre, $A + B$ toplamı en az $1 + 7 = 8$ dir.

16. Üç basamaklı ABC doğal sayısının iki basamaklı BC doğal sayısı ile bölümünden elde edilen bölüm 5 ve kalan 28 dir.

Buna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm:

Üç basamaklı ABC doğal sayısının iki basamaklı BC doğal sayısı ile bölümünden elde edilen bölüm 5 ve kalan 28 ise,

$ABC = 5.BC + 28$ ve $BC < 28$ dir.

$$ABC = 5.BC + 28$$

$$100.A + BC = 5.BC + 28$$

$$100.A = 4.BC + 28$$

$25.A = BC + 7$

olduğuna göre,

$A = 1$ için $BC = 18$ dir. Ancak bu durum $BC < 28$ olmasıyla çelişir. Bu durumda

$(A = 2 \text{ ve } BC = 43)$, $(A = 3 \text{ ve } BC = 68)$,

$(A = 4 \text{ ve } BC = 93)$ tür.

Buna göre, A nın alabileceği değerlerin toplamı,

$2 + 3 + 4 = 9$ dur.

17. x doğal sayısının rakamları toplamı 141 dir.

Buna göre, $11^7.x^3$ ün 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

x in 9 ile bölümünden kalanı bulmak demek, 141 in 9 ile bölümünden kalanı bulmaktır.

$1 + 4 + 1 = 6$ olduğu için, 141 in 9 ile bölümünden kalan 6 dır.

11 in 9 ile bölümünden kalan 2, x doğal sayısının 9 ile bölümünden kalan 6 ise, $11^7.x^3$ ün 9 ile bölümünden kalan, $2^7.6^3$ ün 9 ile bölümünden kalana eşittir.

$6^3 = 6.6.6 = 216$ sayısı 9 ile tam bölündüğü için, $2^7.6^3$ sayısı da 9 ile tam bölünür.

Buna göre, $11^7.x^3$ ün 9 ile bölümünden kalan 0 dır.

18. Beş basamaklı 97A1B sayısının 12 ile bölümünden kalan 9 dur.

Buna göre,

I. 97A1B sayısının 4 ile bölümünden kalan 1 dir.
II. 97A1B sayısının 3 ile bölümünden kalan 1 dir.
III. 97A1B sayısının 6 ile bölümünden kalan 1 dir.

Yargılarından hangileri doğrudur?

Çözüm:

Beş basamaklı 97A1B sayısının 12 ile bölümünden kalan 9 ve k bir tam saı olmak üzere,

$97A1B = 12.k + 9 = 4.(3.k + 2) + 1$ olduğuna göre, 97A1B sayısının 4 ile bölümünden kalan 1 dir. Bu durumda 1. yargı doğrudur.

$97A1B = 12.k + 9 = 3.(4.k + 3) + 0$ olduğuna göre, 97A1B sayısının 3 ile bölümünden kalan 0 dır. Bu durumda 2. yargı yanlıştır.

$97A1B = 12.k + 9 = 6.(2.k + 1) + 3$ olduğuna göre, 97A1B sayısının 6 ile bölümünden kalan 3 tür. Bu durumda 3. yargı yanlıştır.

Kısaca 97A1B sayısının 12 ile bölümünden kalan 9 ise bu sayınsın 12 nin herhangi bir çarpanı ile bölümünden kalan, 9 un o çarpanla bölümünden kalana eşittir. Bu nedenle,

9 un 4 ile bölümünden kalan 1 olduğu için, 97A1B sayısının 4 ile bölümünden kalan 1 dir.

9 un 3 ile bölümünden kalan 0 olduğu için, 97A1B sayısının 3 ile bölümünden kalan 0 dır.

9 un 6 ile bölümünden kalan 3 olduğu için, 97A1B sayısının 6 ile bölümünden kalan 3 tür.

19. ab iki basamaklı bir sayı ve c bir rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} 115 & ab \\ \cline{2-2} - \vdots & 9 \\ \hline c & \end{array}$$

olduğuna göre, kalan c kaçtır?

Çözüm:

Kalan, bölenden küçük olduğu için, bölüm ile bölen yer değiştirebilir.

$$\begin{array}{r|l} 115 & ab \\ \cline{2-2} - \vdots & 9 \\ \hline c & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 115 & 9 \\ \cline{2-2} -9 & 12 \\ \cline{1-1} 25 & \\ -18 & \\ \cline{1-1} 7 & \end{array}$$

olduğuna göre, $ab = 12$ ve $c = 7$ dir.

20. K, L, M birer rakam olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l} K & M \\ \cline{2-2} \vdots & 2 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} L & M \\ \cline{2-2} \vdots & 3 \\ \hline 4 & \end{array}$$

olduğuna göre, K + L aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 5.(M –1) B) 5.M – 2 C) 5.M D) 5.(M + 1) E) 5.M + 4

Çözüm:

Verilenlere göre,

1. bölme işleminden, $K = 2.M + 1$
2. bölme işleminden, $L = 3.M + 4$ tür.

Buna göre,

$K + L = 2.M + 1 + 3.M + 4 = 5.M + 5 = 5.(M + 1)$ olur.

21. AB iki basamaklı bir sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} AB & 21 \\ \cline{2-2} \vdots & A-B \\ \hline 11 & \end{array}$$

olduğuna göre, $A + B$ toplamı en fazla kaçtır?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$AB = 21.(A - B) + 11$

$10.A + B = 21.A - 21.B + 11$

$22.B = 11.A + 11$

$22.B = 11.(A + 1)$

$2.B = A + 1$ dir.

$A + B$ nin en büyük olması için, A ve B en büyük seçilmelidir. $2.B = A + 1$ eşitliğinde A ve B rakam olduğu için,

$A = 9$ alınırsa, $2.B = 9 + 1 \Rightarrow B = 5$ olur.

O halde $A + B$ nin en büyük değeri, $A + B = 9 + 5 = 14$ tür.

22. A, B, C birer pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r|l} A & 3 \\ \cline{2-2} \vdots & B \\ \hline 2 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} B & 8 \\ \cline{2-2} \vdots & C \\ \hline 4 & \end{array}$$

olduğuna göre, A nın 12 ile bölümünden elde edilen bölüm ile kalanın toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2.C + 3 B) 2.C + 2 C) 2.C + 1 D) 3.C + 2 E) 3.C + 4

Çözüm:

Verilenlere göre,

1. bölme işleminden, $A = 3.B + 2$
2. bölme işleminden, $B = 8.C + 4$ tür.

2 deki B nin değerini 1 de yerine yazalım:

$$A = 3.B + 2 = 3.(8.C + 4) + 2 = 24.C + 12 + 2$$

$$= 12.(C + 1) + 2$$

olduğuna göre, A nın 12 ile bölümünden elde edilen bölüm 2.C + 1 ve kalan 2 dir.

Buna göre, A nın 12 ile bölümünden elde edilen bölüm ile kalanın toplamı,

$2.C + 1 + 2 = 2.C + 3$ olur.

23. Ardışık dört çift sayının toplamı aşağıdakilerden hangisine daime tam olarak bölünür?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm:

Ardışık dört çift sayı; n, $n + 2$, $n + 4$, $n + 6$ olsun.

Buna göre, bu sayıların toplamı,

$n + n + 2 + n + 4 + n + 6 = 4n + 12$ dir.

n bir tam sayı olduğu için; $4n + 12 = 4.(n + 3)$ sayısı 4 ün katıdır.

Buna göre, ardışık dört çift sayının toplamı 4 ile daima bölünür.

24. $a > b$ olmak üzere, üç basamaklı $5ab$ sayısı 18 ile tam bölünebildiğine göre, $5ab$ nin en büyük değeri kaçtır?

Çözüm:

$5ab$ sayısı 18 ile tam bölünebildiğine göre, bu sayı 18 in aralarında asal çarpanları olan 2 ve 9 a da tam bölünebilir.

$5ab$ sayısının 2 ile tam bölünebilmesi için, b çift sayı olmalıdır.

$5ab$ sayısı 9 ile tam bölünebiliyorsa,

$5 + a + b = 9.k$, $k \in N$ olmalıdır.

Buna göre, (soruda $a > b$ olduğu verilmişti.)

$b = 8$ için $a + 13 = 9.k$ ise $a = 5$ tir.

$b = 6$ için $a + 11 = 9.k$ ise $a = 7$ dir.

$b = 4$ için $a + 9 = 9.k$ ise $a = 0$ veya $a = 9$ dur.

Bu durumda, $5ab$ nin en büyük değeri 594 tür.

25. Dört basamaklı $43xy$ sayısı 45 ile tam bölünebildiğine göre, x in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm:

$43xy$ sayısı 45 ile tam bölünebildiğine göre, bu sayı 45 in aralarında asal çarpanları olan 5 ve 9 a da tam bölünebilir.

$43xy$ sayısı 5 ile tam bölünebildiğine göre,
$y = 0$ veya $y = 5$ olmalıdır.

$y = 0$ için;

$43x0$ sayısı 9 ile bölünebildiğine göre,

$4 + 3 + x + 0 = 9.k$, $k \in N$ olmalıdır.

$7 + x = 9.k$ ifadesinde $k = 1$ alınırsa $x = 2$ olur.

k nın diğer değerleri için x rakam olmaz.

$y = 5$ için;

$43x5$ sayısı 9 ile bölünebildiğine göre,

$4 + 3 + x + 5 = 9.k$, $k \in N$ olmalıdır.

$12 + x = 9.k$ ifadesinde $k = 2$ alınırsa $x = 6$ olur.

k nın diğer değerleri için x rakam olmaz.

Buna göre, x in alabileceği değerlerin toplamı;

$2 + 6 = 8$ dir.

26. $a < b$ olmak üzere, üç basamaklı $2ab$ sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Çözüm:

Üç basamaklı $2ab$ sayısı 6 ile tam bölünebildiğine göre, b çift rakam ve $2 + a + b$ toplamı 3 ün katıdır. Buna göre,

$b = 8$ için $2 + a + 8 = 10 + a$ sayısı 3 ün katı ve $a < b$ olduğuna göre, $a = 2$ veya $a = 5$ tir.

$b = 6$ için $2 + a + 6 = 8 + a$ sayısı 3 ün katı ve $a < b$ olduğuna göre, $a = 1$ veya $a = 4$ tür.

$b = 4$ için $2 + a + 4 = 6 + a$ sayısı 3 ün katı ve $a < b$ olduğuna göre, $a = 0$ veya $a = 3$ tür.

$b = 2$ ve $b = 0$ için istenilen şartlara uygun a değeri yoktur.

O halde a nın alabileceği değerlerin toplamı,

$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ tir.

27. a, b, c birbirinden farklı çift rakamlar olmak üzere, üç basamaklı en büyük abc sayısı aşağıdakilerden hangisine bölünemez?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 30

Çözüm:

Rakamları birbirinden farklı çift rakamlar olmak üzere, üç basamaklı en büyük abc sayısı 864 tür.

864 sayısı çift olduğu için 2 ile tam bölünebilir.

$8 + 6 + 4 = 18 = 3.6 = 9.2$ olduğu için, sayının rakamları toplamı hem 3 ün hem de 9 un katıdır. Bu durumda, 864 hem 3 ile hem de 9 ile tam bölünebilir.

864 sayısı, 2 ile ve 3 ile bölünebildiği için 2.3 = 6 ile de

tam bölünebilir.

Buna göre, 864 sayısı 30 ile tam bölünemez.

28. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$a = \frac{2}{3}.b \quad \text{ve} \quad c = 5.b$$

olduğuna göre, c aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 125 B) 132 C) 135 D) 145 E) 160

Çözüm:

$a = \frac{2}{3}.b$ ise, $b = \frac{3.a}{2}$ dir. . . . (1)

$c = 5.b$ ise, $c = 5.\frac{3.a}{2} = \frac{15.a}{2}$ dir. . . . (2)

$c = \frac{15.a}{2}$ ise, $a = \frac{2.c}{15}$ tir. . . . (3)

a, b, c pozitif tam sayılar olduğu için,

(1) ve (2) deki eşitlikte a sayısı 2 nin tam katı olmalıdır.

(3) teki eşitlikte c sayısı 15 in tam katı olmalıdır.

15 = 5.3 olduğuna göre, 15 in katı olan sayılar 3 ile ve 5 ile tam bölünür.

Seçeneklerde hem 3 ile hem de 5 ile bölünebilen (15 in katı olan) sayı 135 tir.

29. Dört basamaklı 3a5b sayısı 12 ile tam bölündüğüne göre, $a + b$ nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm:

Dört basamaklı 3a5b sayısı 12 ile tam bölünebiliyorsa 3 ile ve 4 ile de tam bölünebilir.

3a5b sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, en büyük b değeri $b = 6$ dır. (56 sayısı 4 ün tam katıdır.)

Buna göre,

3a56 sayısının 3 ile tam bölünebilmesi için,

$3 + a + 5 + 6 = 3.k$, $k \in N^{+}$ olmalıdır.

Bu durumda,

$$3 + a + 5 + 6 = 3.k$$

$$a + 14 = 3.k$$

$$a = 3.k - 14 \text{ tür.}$$

$k = 7$ için a en büyük değerini alır ve $a = 7$ olur.

Öyleyse, $a + b$ nin en büyük değeri, $7 + 6 = 13$ tür.

30. AB ve BA iki basamaklı birer doğal sayı olmak üzere, BA sayısı 9 ile tam bölünebiliyor.

$$AB + 9 = BA$$

olduğuna göre, iki basamaklı AB sayısının rakamları çarpımı kaçtır?

Çözüm:

BA sayısı 9 un katı olduğu için,

$B + A = 9.k$, $k \in N$ olmalıdır.

$AB + 9 = BA$ ise, $BA - AB = 9$ dur.

$$BA - AB = 9$$

$$10.B + A - 10.A - B = 9$$

$$9.(B - A) = 9$$

$$B - A = 1$$

$$B = A + 1$$

olduğuna göre,

$$B + A = 9.k$$

$$A + 1 + A = 9.k$$

$$2.A + 1 = 9.k \text{ dır.}$$

$k = 1$ için, $A = 4$ tür.

$k = 2$ için, $A = \frac{17}{2}$ dir.

k nin 1 den farklı değerleri için A rakam olmaz.

$(B = A + 1$ ve $A = 4)$ ise $B = 5$ olur.

Buna göre, $A.B = 4.5 = 20$ dir.

31. On bir basamaklı 77777777777 sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

Bir sayının 9 ile bölümünden kalan, o sayının rakamlarının toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir. On bir basamaklı 77777777777 sayısının rakamları toplamı 7.11 = 77 dir.

77 nin 9 ile bölümünden kalan 5 olduğu için, verilen sayının 9 ile bölümünden kalan 5 tir.

32. $x = 5.4.3.2$

$y = 7.6.5.4.3.2$

$z = x + y$

olduğuna göre, z aşağıdakilerden hangisi ile tam bölünemez?

Çözüm:

$$z = x + y = 5.4.3.2 + 7.6.5.4.3.2 = 5.4.3.2.(1 + 42)$$

$$= 5.4.3.2.43$$

olduğuna göre, z sayısı 12 ile, 24 ile, 30 ile ve 43 ile tam bölünür. Ancak 16 ile bölünemez.

33. Rakamları birbirinden farklı, 4 ile kalansız bölünebilen, altı basamaklı en küçük doğal sayının 9 ile bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

Çözüm:

Rakamları birbirinden farklı, altı basamaklı en küçük doğal sayı 102345 tir. Bu sayının son iki basamağı olan 45 sayısı 4 ile tam bölünmediği için, 102345 sayısı da 4 ile tam bölünemez.

Rakamları birbirinden farklı, 4 ile kalansız bölünebilen, altı basamaklı en küçük doğal sayı 102348 dir.

Bu sayının rakamları toplamı, 1 + 0 + 2 + 3 + 4 + 8 = 18 dir.

34. A8BC ve A9BC dört basamaklı birer doğal sayıdır. A8BC sayısı 21 ile bölündüğünde kalan 4 olduğuna göre, A9BC sayısı 21 ile bölündüğünde kalan kaç olur?

Çözüm:

A8BC dört basamaklı sayısı 21 ile bölündüğünde kalan 4 olduğuna göre, (k tam sayı)

$A8BC = 21.k + 4$ tür.

$$A9BC = A8BC + 100 = 21.k + 4 + 100$$

$$= 21.k + 104 = 21.k + 84 + 20$$

$$= 21.(k + 4) + 20$$

olduğuna göre, dört basamaklı A9BC sayısının 21 ile bölümünden kalan 20 dir.

35. $8^6 + 9^3$ sayısının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

Çözüm:

8 in 7 ile bölümünden kalan 1 dir.

8^6 nin 7 ile bölümünden kalan $1^6 = 1$ dir.

9 un 7 ile bölümünden kalan 2 dir.

9^3 ün 7 ile bölümünden kalan, $2^3 = 8$ in 7 ile bölümünden kalana eşittir. 8 in 7 ile bölümünden kalan 1 olduğundan,

9^3 ün 7 ile bölümünden kalan 1 dir.

Buna göre, $8^6 + 9^3$ sayısının 7 ile bölümünden kalan,

$1 + 1 = 2$ dir.

36. Rakamları birbirinden farklı beş basamaklı A953B sayısının 9 ile bölümünden kalan 1, aynı sayının 5 ile bölümünden kalan ise 2 dir.

Buna göre, $A.B$ çarpımı kaçtır?

Çözüm:

Rakamları birbirinden farklı beş basamaklı A953B sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 ise, B nin değeri 2 veya 7 dir.

$B = 2$ ise,

$A9532$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 1 ise, sayının rakamlarının toplamının 9 ile bölümünden kalan 1 dir. $A + 9 + 5 + 3 + 2 = A + 19$ un 9 ile bölümünden kalan 1 ise, A nın değeri 0 veya 9 dur. A nın değeri 0 olursa $A9532$ sayısı beş basamaklı olmaz. A nın değeri 9 olursa $A9532$ sayısının rakamları birbirinden farklı koşulu bozulur. Bu durumda, A nın değeri 0 da olamaz; 9 da olamaz.

$B = 7$ ise,

$A9537$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 1 ise, sayının rakamlarının toplamının 9 ile bölümünden kalan 1 dir. $A + 9 + 5 + 3 + 7 = A + 24$ ün 9 ile bölümünden kalan 1 ise, A nın değeri 4 tür.

Buna göre,

$A.B = 4.7 = 28$ dir.

37. Rakamları birbirinden farklı olan, dört basamaklı $3K2M$ sayısı 9 ve 6 ile kalansız bölünebiliyor.

Buna göre, K kaç farklı değer alabilir?

Çözüm:

Rakamları birbirinden farklı olan, dört basamaklı $3K2M$ sayısı 9 ve 6 ile kalansız bölünebiliyorsa, bu sayı 2, 3, 9 ile tam bölünür. 9 ile bölünebilen her sayı 3 ile de tam bölüneceği için, verilen sayı 2 ile ve 9 ile tam bölünür.

$3K2M$ sayısı 2 ile tam bölünebiliyorsa, M nin değeri 0, 2, 4, 6, 8 olabilir. Ancak $3K2M$ sayısının rakamları birbirinden farklı olduğu için, M nin değeri, 0, 4, 6, 8 olabilir.

$M = 0$ ise,

Dört basamaklı $3K20$ sayısı 9 ile tam bölünebiliyorsa $3 + K + 2 + 0 = K + 5$ sayısı 9 un tam katıdır. Bu durumda, K nin değeri 4 tür.

$M = 4$ ise,

Dört basamaklı $3K24$ sayısı 9 ile tam bölünebiliyorsa $3 + K + 2 + 4 = K + 9$ sayısı 9 un tam katıdır. Bu durumda, K nin değeri 0 veya 9 dur.

$M = 6$ ise,

Dört basamaklı $3K26$ sayısı 9 ile tam bölünebiliyorsa $3 + K + 2 + 6 = K + 11$ sayısı 9 un tam katıdır. Bu durumda, K nin değeri 7 dir.

$M = 8$ ise,

Dört basamaklı $3K28$ sayısı 9 ile tam bölünebiliyorsa $3 + K + 2 + 8 = K + 13$ sayısı 9 un tam katıdır. Bu durumda, K nin değeri 5 tir.

Buna göre, K nin alabileceği beş değer vardır. Bunlar 4, 0, 9, 7, 5 tir.

38. $A + B = C + D = E + F$

eşitliğini sağlayan birbirinden farklı A, B, C, D, E, F rakamları kullanılarak altı basamaklı ABCDEF sayıları (192837 ve182736 gibi) oluşturuluyor.

Buna göre, 9 ile bölümünden kalan 3 olan ABCDEF sayıları için A:B çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 14 E) 15

Çözüm:

$A + B = C + D = E + F$ olmak üzere,

Altı basamaklı $ABCDEF$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 3 ise, $A + B + C + D + E + F = 3.(A + B)$ nin 9 ile bölümünden kalan 3 tür.
Bu durumda, $A + B$ toplamı 7, 10, 13 olabilir. Bu koşulları sağlayan sayılardan bazıları,

$A + B = C + D = E + F$

$1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$ ise, $A.B = 6$ dır.

$1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7$ ise, $A.B = 9$ dur.

$2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$ ise, $A.B = 16$ dır.

$4 + 9 = 5 + 8 = 6 + 7$ ise, $A.B = 36$ dır. (cevap C)

39. AB iki basamaklı bir doğal sayı olmak üzere, AB nin $A + B$ ile bölümünden elde edilen kalan en fazla kaçtır?

Çözüm:

İki basamaklı AB doğal sayısının $A + B$ ile bölümünden elde edilen kalanlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{array}{r|l} 99 & 9+9 \\ \underline{-\ 90} & \ \ 5 \\ 9 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 98 & 9+8 \\ \underline{-\ 85} & \ \ 5 \\ 13 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 79 & 7+9 \\ \underline{-\ 64} & \ \ 4 \\ 15 & \end{array}$$

Buna göre, kalan en fazla 15 olabilir.

40. $A = 4 + B$

$B = C + 4$

olduğuna göre, üç basamaklı ABC sayısı aşağıdakilerden hangisine daima tam bölünür?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

Çözüm:

$B = C + 4$ olduğuna göre, C rakamı tek sayı da olabilir, çift sayı da olabilir. Bu durumda, üç basamaklı ABC sayısı 2 ile tam bölünmeyebilir.

$B = C + 4$ ise, $C = B - 4$ tür.

$A = 4 + B$ ve $C = B - 4$ ise,

$A + B + C = 4 + B + B + 4 - B = 3.B$ dir.

Bu durumda üç basamaklı ABC sayısının rakamları toplamı 3 ün tam katıdır. Buna göre, ABC sayısı 3 ile daima tam bölünür.

KONU BİTMİŞTİR.