## SAYI SİSTEMLERİ

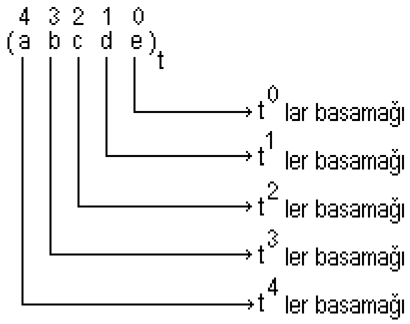
### A. Basamak ve Taban

Bir doğal sayıyı oluşturan rakamlardan her birine basamak, rakamların bulundukları yerdeki değerine basamak değeri ve bu doğal sayının tanımlandığı sayı sistemine de sayı tabanı (düzeni) denir.

### B. Çözümleme

$t$ sayı tabanı ve $a, b, c, d, e$ rakamları $t$ den küçük olmak üzere,

$A = (abcde)_t$ sayısının basamakları:




$A = (abcde)_t$ sayısının,

$$A = (\overset{4}{a}\overset{3}{b}\overset{2}{c}\overset{1}{d}\overset{0}{e})_t = a.t^4 + b.t^3 + c.t^2 + d.t^1 + e.t^0$$

şeklinde yazılmasına A sayısının t tabanına göre çözümlenmesi denir.

**Uyarı**

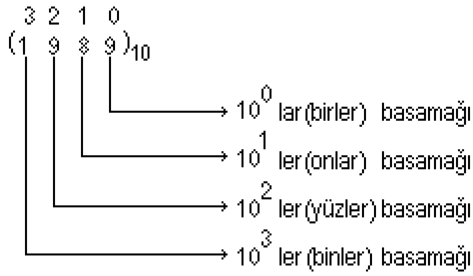
10 luk sistemdeki sayılar taban belirtilmeden de yazılabilir.

Örneğin $(123)_{10} = 123$ tür.

**Örnek:**

10 tabanındaki $(1989)_{10}$ sayısını çözümleyelim.

**Çözüm:**




$$(\overset{3}{1}\overset{2}{9}\overset{1}{8}\overset{0}{9})_{10} = 1.10^3 + 9.10^2 + 8.10^1 + 9.10^0$$

**Örnek:**

4 tabanındaki $(2013)_4$ sayısını çözümleyelim.

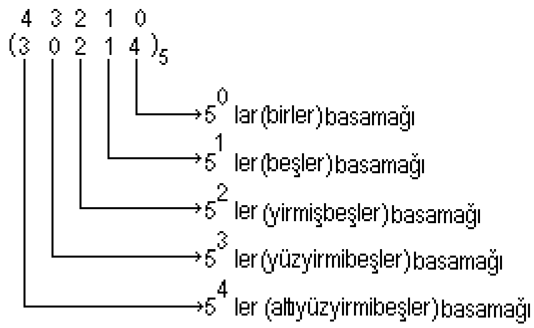
**Çözüm:**

$$(\overset{3}{2}\overset{2}{0}\overset{1}{1}\overset{0}{3})_4 = 2.4^3 + 0.4^2 + 1.4^1 + 3.4^0$$

**Örnek:**

5 tabanındaki $(30214)_5$ sayısını çözümleyelim.

**Çözüm:**




$$(\overset{4}{3}\overset{3}{0}\overset{2}{2}\overset{1}{1}\overset{0}{4})_5 = 3.5^4 + 0.5^3 + 2.5^2 + 1.5^1 + 4.5^0$$

**Sonuç**

$a, b, c$ birer rakam olmak üzere,

- ✓ $ab = 10.a + b$
- ✓ $aa = 10.a + a = 11.a$
- ✓ $abc = 100.a + 10.b + c$
- ✓ $aaa = 100.a + 10.a + a = 111.a$ dır.

**Örnek:**

İki basamaklı bir sayının rakamlarının yerleri değiştirilince bu sayı 45 küçülüyor.

Bu sayının rakamları arasındaki farkı bulalım.

**Çözüm:**

İki basamaklı bir sayı ab olsun. Verilenlere göre,

$$ab - ba = 45$$

$$(10.a + b) - (10.b + a) = 45$$

$$9.a - 9.b = 45$$

$$9.(a - b) = 45$$

$$a - b = 5 \quad \text{olur.}$$

**Örnek:**

$abc$ ve $cba$ üç basamaklı iki sayıdır.

$abc - cba = 693$

olduğuna göre, $c - a$ farkını bulalım.

**Çözüm:**

$$abc - cba = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$$

$$99a - 99c = 693$$

$$99.(a - c) = 693$$

$$a - c = 7 \Rightarrow c - a = -7 \quad \text{bulunur.}$$

**Sonuç**

$abc$ ve $cba$ üç basamaklı birer doğal sayı olmak üzere,

$abc - cba = 99.(a - c)$ dir.

**Örnek:**

İki basamaklı ab sayısı ile ba sayısının toplamı 132 dir.

Buna göre, ab sayısının en çok kaç olabileceğini bulalım.

**Çözüm:**

$$ab + ba = 132$$

$$10.a + b + 10.b + a = 132$$

$$11.a + 11.b = 132$$

$$11.(a + b) = 132$$

$$a + b = 12 \quad \text{olur.}$$

$ab$ sayısı en büyük olacağına göre, a en büyük rakam olmalıdır.

$a = 9$ ve $b = 3$ seçilirse ab sayısı 93 olur.

**Örnek:**

$x6y2z$ ve $x3y5z$ beş basamaklı birer doğal sayıdır.

$A = x6y2z$ ve $B = x3y5z$ olduğuna göre, $A - B$ farkını bulalım.

**Çözüm:**

$$A = x6y2z = 10000.x + 1000.6 + 100.y + 10.2 + x$$

$$B = x3y5z = 10000.x + 1000.3 + 100.y + 10.5 + x$$

$$A - B = 1000.(6 - 3) + 10.(2 - 5)$$

$$A - B = 1000.3 + 10.(-3)$$

$$A - B = 3000 - 30$$

$$A - B = 2970 \quad \text{olur.}$$

**2.Yol**

$x=1$ , $y=2$ ve $z=3$ olsun

$A=x6y2z=16223$ ve $B=x3y5z=13253$ olur.

$A-B=16223-13253=2970$ bulunur.

**Örnek:**

$a,b$ ve $c$ birbirinden farklı rakamlardır.

$$\begin{array}{r} abc \\ bca \\ +\,cab \\ \hline 2553 \end{array}$$

olduğuna göre, $a+b+c$ toplamını bulalım.

**Çözüm:**

**1.Yol**

$abc=100.a+10.b+c$

$bca=100.b+10.c+a$

$cab=100.c+10.a+b$

$abc+bca+cab=111.a+111.b+111.c$

$$2553=111.(a+b+c)$$

$$a+b+c=\frac{2553}{111}=23$$

**2.Yol**

$c+a+b$ , $b+c+a$ , $a+b+c$ toplamları birbirine eşittir. Verilen toplama işleminde toplamın birler basamağı 3 olduğuna göre, $c+a+b$ toplamı; 3, 13, 23 olabilir.

Eğer $c+a+b=3$ olsaydı toplam 333 olurdu.

Eğer $c+a+b=13$ olsaydı toplam 1443 olurdu.

Buna göre, $c+a+b=a+b+c=23$ tür.

**Örnek:**

$ab$ ve $ba$ iki basamaklı, $abab$ ve $baba$ dört basamaklı sayılar olduğuna göre,

$$\frac{abab-baba}{ab-ba}$$

kesrinin değerini bulalım.

**Çözüm:**

$abab=1000a+100b+10a+b$

$baba=1000b+100a+10b+a$

$abab-baba=909a-909b=909.(a-b)$

Buna göre,

$$\frac{abab-baba}{ab-ba}=\frac{909.(a-b)}{9.(a-b)}=\frac{909}{9}=101 \text{ olur.}$$

**Örnek:**

Her biri en az üç basamaklı on tane sayı vardır. Bu sayılardan her birinin yüzler basamağındaki rakam 3 azaltılıyor, onlar ve birler basamağındaki rakamlar 4 arttırılıyor.

Bu sayıların toplamının kaç artacağını bulalım.

**Çözüm:**

**1.Yol**

Bu sayılardan biri $abc$ olsun.

$abc=100.a+10.b+c$ sayısında istenen değişiklikler yapılırsa,

$100.(a-3)+10.(b+4)+(c+4)$

$=100.a-300+10.b+40+c+4$

$=100.a+10.b+c-256$

$=abc-256$ olur.

Buna göre, her bir sayı 256 azaldığından dolayı on tane sayı toplam $256.10=2560$ azalır.

**2.Yol**

Üç basamaklı bir sayı alıp, istenen değişiklikleri yapalım. Böyle bir sayı, 555 olsun. Bu sayının yüzler basamağındaki rakam 3 azaltılıp, onlar ve birler basamağındaki rakamlar 4 arttırılırsa, 299 sayısı elde edilir.

Fark: $555 - 299 = 256$ dır.

Her bir sayı 256 azalacağına göre, 10 tane sayı toplam,

$256.10 = 2560$ azalır.

**Örnek:**

Rakamları farklı üç basamaklı en büyük pozitif çift sayı ile rakamları farklı üç basamaklı en küçük pozitif tek sayının toplamını bulalım.

**Çözüm:**

Üç basamaklı sayımız $abc$ olsun.

Bu sayının en büyük olabilmesi için a nın en büyük sonra da sırasıyla b ve c nin en büyük olması gerekir. Dolayısıyla a en büyük 9, b en büyük 8, c de 8 den farklı en büyük 6 çift rakamı olabilir.

Buna göre rakamları farklı üç basamaklı en büyük pozitif çift sayı 986 olur.

$abc$ sayısının en küçük olabilmesi için a nın en küçük sonra da sırasıyla b ve c nin en küçük olması gerekir.

Sayımızın iki basamaklı olmaması için, a sıfırdan farklı olmalıdır. Dolayısıyla a en küçük 1, b en küçük 0 olur. c de 1 den farklı en küçük tak rakam olan 3 olabilir.

Buna göre, rakamları farklı üç basamaklı en küçük pozitif tek sayı 103 olur.

Buna göre, bu iki sayının toplamı, $986 + 103 = 1089$ olur.

**Örnek:**

Birbirinden farklı üç basamaklı üç doğal sayının toplamı 2765 tir.

Bu üç sayıdan en küçüğünün en az kaç olabileceğini bulalım.

**Çözüm:**

Bu üç sayıdan birinin en küçük olması için diğer ikisinin en büyük olması gerekir. En küçük sayı $abc$ iken diğer ikisi en büyük 999 ile 998 dir.

$abc + 999 + 998 = 2765$

$abc + 1997 = 2765$

$abc = 2765 - 1997$

$abc = 768$ olur.

**Örnek:**

Aşağıdaki çarpma işleminde her bir nokta ve a, b, c, d birer rakamın yerini tutmak üzere,

$$\begin{array}{rl} abc & (1.\text{çarpan}) \\ \times\quad 2d & (2.\text{çarpan}) \\ \hline \cdot\cdot\cdot & \\ +\,656\phantom{0} & \\ \hline 7544 & (\text{Sonuç}) \end{array}$$

olduğuna göre $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

**Çözüm:**

1. çarpan ile 2. çarpanın çarpımı 656 olduğundan

$abc.2 = 656 \Rightarrow abc = 328$ olur.

Buna göre,

$$\begin{array}{r} abc \\ \times\quad 2d \\ \hline \cdot\cdot\cdot \\ +\,656\phantom{0} \\ \hline 7544 \end{array} \qquad \begin{array}{r} xyz \\ +\,656\phantom{0} \\ \hline 7544 \end{array} \qquad \begin{array}{r} xyz \\ +\,6560 \\ \hline 7544 \end{array}$$

Buradan $xyz = 7544 - 6560 = 984$ olur.

$d$ ile $abc$ nin çarpımı $xyz$ olduğundan,

$d.abc = xyz \Rightarrow d.328 = 984 \Rightarrow d = 3$ olur.

Buna göre, $a + b + c + d = 3 + 2 + 8 + 3 = 16$ dır.

## C. Herhangi Bir Tabandaki Bir Sayının 10 Tabanında Yazılması

Herhangi bir tabandaki bir sayı, verilen tabana göre çözümlenirse 10 luk tabana dönüştürülmüş olur.

**Örnek:**

2 tabanındaki $(1101)_2$ sayısını 10 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$\overset{3210}{(1101)_2} = 1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0$$

$$= 1.8 + 1.4 + 0.2 + 1.1$$

$$= 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

$$= (13)_{10}$$

**Örnek:**

3 tabanındaki $(2012)_3$ sayısını 10 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$\overset{3210}{(2012)_3} = 2.3^3 + 0.3^2 + 1.3^1 + 2.3^0$$

$$= 2.27 + 0.9 + 1.3 + 2.1$$

$$= 54 + 0 + 3 + 2 = 59$$

$$= (59)_{10}$$

**Örnek:**

5 tabanındaki $(4213)_5$ sayısını 10 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$(4213)_5 = 4.5^3 + 2.5^2 + 1.5^1 + 3.5^0$$

$$= 4.125 + 2.25 + 1.5 + 3.1$$

$$= 500 + 50 + 5 + 3 = 558$$

**Örnek:**

8 tabanındaki 215 sayısını 10 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$(215)_8 = 2.8^2 + 1.8^1 + 5.8^0$$

$$= 2.64 + 1.8 + 5.1 = 141 \text{ olur.}$$

**Örnek:**

$x$ sayı tabanı olmak üzere

$$(64)_x = 52$$

eşitliğini sağlayan x sayısını bulalım.

**Çözüm:**

$$(64)_x = 6.x^1 + 4.x^0 \Rightarrow 6x + 4 = 52$$

$$\Rightarrow 6x = 48$$

$$\Rightarrow x = 8 \quad \text{bulunur.}$$

**Örnek:**

$a + 2$ sayı tabanı olmak üzere,

$$(2a3)_{a+2} = 3.a^2 + 51$$

olduğuna göre, a nın değerini bulalım.

**Çözüm:**

$$(2a3)_{a+2} = 2.(a+2)^2 + a.(a+2)^1 + 3.(a+2)^0$$

$\Rightarrow 2.(a^2 + 4a + 4) + a.(a + 2) + 3.1 = 3.a^2 + 51$

$\Rightarrow 3a^2 + 10a + 11 = 3.a^2 + 51$

$\Rightarrow 10a + 11 = 51$

$\Rightarrow 10a = 40$

$\Rightarrow a = 4$ bulunur.

**Uyarı**

$(abc)_t$ sayısında t tabanı 1 den ve a,b,c rakamlarının her birinden büyük olmalıdır. Yani; sayının tabanı, sayıyı oluşturan rakamlardan büyük bir doğal sayıdır.

**Örnek:**

8, sayı tabanı olmak üzere, $(13x2)_8$ sayısında x in en çok kaç olabileceğini bulalım.

**Çözüm:**

$(13x2)_8$ sayısında; taban 8 olduğuna göre, x en çok 7 olabilir.

**Örnek:**

5, sayı tabanı olmak üzere,

$(2xy)_5 = 63$

eşitliğini sağlayan $x + y$ toplamını bulalım.

**Çözüm:**

$(2xy)_5 = 63 \Rightarrow 2.5^2 + x.5^1 + y.5^0 = 63$

$\Rightarrow 50 + 5x + y = 63$

$\Rightarrow 5x + y = 13$ tür.

$5x + y = 13$ ise $x = 1$ , $y = 8$ veya $x = 2$ , $y = 3$ olabilir.

Taban 5 olduğu için, x ve y, 5 ten küçük olmalıdır.

Bunun için, $y = 8$ olamaz.

Dolayısıyla $x = 2$ , $y = 3$ olur.

Buradan $x + y = 2 + 3 = 5$ bulunur.

**D. 10 Tabanındaki Bir Sayının Başka Bir Tabana Göre Yazılması**

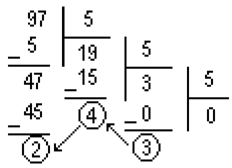
10 tabanında verilen bir sayı, başka bir tabana çevrilirken, verilen sayı ardışık olarak istenen tabana bölünür. Bu bölme işlemine bölüm 0 olana kadar devam edilir. En son elde edilen kalan, istenen sayının en solundaki rakam olacak şekilde, kalanlar sırasıyla sayının rakamlarını oluşturur.

**Örnek:**

97 sayısının 5 tabanındaki eşitini bulalım.

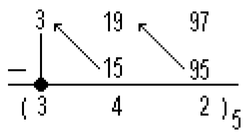
**Çözüm:**

**1.Yol**




$97 = (97)_{10} = (342)_5$

**2.Yol**




Burada 97 ye en yakın 5 ile bölünebilen 95 sayısı 97 nin altına, 95 in 5 ile bölümü 97 nin soluna yazılır. Bu işlem 5 ten küçük sayı elde edilinceye kadar devam ettirilirse 97 sayısının 5 tabanındaki eşiti 342 olarak bulunur.

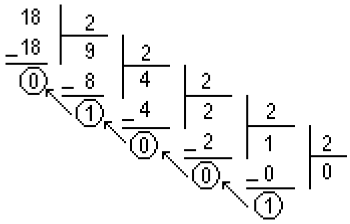
Buna göre, $97 = (97)_{10} = (342)_5$ olur.

**Örnek:**

$(18)_{10} = (x)_2$ eşitliğini sağlayan x sayısını bulalım.

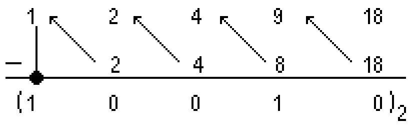
**Çözüm:**

**1.Yol**



$(18)_{10} = (10010)_2$ ise $x = 10010$ olur.

**2.Yol**



**E. Herhangi Bir Tabanda Verilen Bir Sayının Başka Bir Tabana Dönüştürülmesi**

Herhangi bir tabanda verilen bir sayı, önce çözümlenerek 10 tabanına daha sonra 10 tabanından istenen tabana dönüştürülür.

**Örnek:**

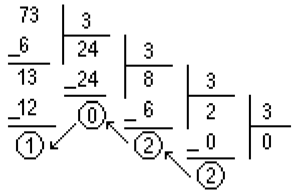
5 tabanındaki $(243)_5$ sayısının 3 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$(243)_5 = 2.5^2 + 4.5^1 + 3.5^0$$

$$= 2.25 + 4.5 + 3.1 = 73$$

$$(243)_5 = (73)_{10}$$



Buna göre, $(243)_5 = (73)_{10} = (2201)_3$ olur.

**F. Herhangi Bir Tabana Göre İşlemler**

Aynı tabanda verilmiş olan iki sayının toplamı, farkı ve çarpımı 10 tabanında yapılan işlemlere benzer işlemlerle bulunur. Yalnız toplama ve çarpma işlemi yapılırken işlem süresince ortaya çıkan sayılarda tabanın katları elde olarak bir sonraki işleme eklenir. Tabanın katından fazla olan kısım çizginin altına yazılır.

**Örnek:**

5 tabanındaki $(213)_5$ ile $(334)_5$ sayılarının toplamının 5 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (2\,1\,3)_5 \\ +\ (3\,3\,4)_5 \\ \hline (1\,1\,0\,2)_5 \end{array}$$

Önce $3 + 4 = 7$ olur. 5 tabanında 7 yazılamayacağında 7 nin içinde kaç tane 5 olduğuna bakılır. 7 de 5 bir kere vardır. 7 den 5 çıkarılırsa 2 kalır. Bu 2, toplamın (sonucun) $5^0$ lar (birler) basamağına yazılır. Eldeki 1 de soldaki basamağa eklenirse $1 + 3 + 1 = 5$ olur. 5 te 5 bir kere vardır. 5 ten 5 çıkarılırsa 0 kalır. Bu rakam sonucun $5^1$ ler (beşler) basamağına yazılır. Eldeki 1 de soldaki basamağa eklenirse $2 + 3 + 1 = 6$ olur. 6 da 5 bir kere vardır. 6 ten 5 çıkarılırsa 1 kalır. Bu rakam sonucun $5^2$ ler (yirmibeşler) basamağına yazılır. Eldeki 1 de toplanacak basamak kalmadığı için 1 in soluna yani $5^3$ ler (yüzyirmibeşler) basamağına yazılarak sonuç $1102)_5$ olarak bulunur.

**Örnek:**

4 tabanındaki $(123)_4$ ile $(12)_4$ sayılarının çarpımının 4 tabanındaki eşitini bulalım.

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (123)_4 \\ \times\ (12)_4 \\ \hline 312 \\ +123\phantom{0} \\ \hline (2202)_4 \end{array}$$

Önce $(2)_4$ ile $(123)_4$ sayısını çarparız. $2.3 = 6$ ve 6 da 4 bir kere vardır. 6 nın 4 ile bölümünden kalan 2 yi yazarız. $2.2 = 4$ ve bir de elde olduğu için $4 + 1 = 5$ tir. 5 te 4 bir kere vardır. 5 in 4 ile bölümünden kalan 1 i 2 nin soluna yazarız. $2.1 = 2$ ve bir de elde olduğu için $2 + 1 = 3$ tür. 3, 4 ten küçük olduğu için bu doğrudan 1 in soluna yazılır ve $(2)_4 x(123)_4 = (312)_4$ bulunur. Sonra $(1)_4$ ile $(123)_4$ sayısını çarparsak yine $(123)_4$ olur.
Bu 123 ü, 312 nin altına bir basamak sola kaydırarak yazıp, yine aynı tabanda toplarsak sonuç $(2202)_4$ olarak bulunur.

**Uyarı**

Çıkarma işlemi yapılırken gerektiğinde bir soldaki basamaktan 1 alınırsa bu 1 in aktarıldığı basamağa katkısı tabanın değeri kadardır. Yani 5 tabanında yapılan çıkarma işleminde soldaki basamaktan 1 alınırsa, bu 1 in, alındığı basamağa katkısı 5 tir.

**Örnek:**

6, bir sayı tabanı olmak üzere,

$(435)_6 - (142)_6$

işleminin sonucunu 6 tabanında bulalım.

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (435)_6 \\ -\ (142)_6 \\ \hline (253)_6 \end{array}$$

Önce 5 ten 2 çıkarılırsa 3 kalır, bunu birler basamağına yazıyoruz. Sonra 3 ten 4 çıkmayacağı için 4 ten 1 yani 6 alıyoruz. 6 ile 3 ün toplamı 9 eder. 9 dan 4 çıkarılırsa 5 kalır, bu $6^1$ ler (altılar) basamağına yazılır. 4 ten 1 aldığımız için $6^2$ ler (otuzaltılar) basamağında 3 kaldı. 3 ten de 1 çıkarılırsa 2 kalır, bunu da $6^2$ ler (otuzaltılar) basamağına yazarsak çıkarma işleminin sonucu $(253)_6$ olarak bulunur.

**Örnek:**

Aşağıda verilen toplama işlemlerini inceleyiniz.

$$\begin{array}{r} (212)_3 \\ +\ (22)_3 \\ \hline (1011)_3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (567)_8 \\ +\ (211)_8 \\ \hline (1000)_8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (345)_7 \\ +\ (526)_7 \\ \hline (1204)_7 \end{array}$$

**Örnek:**

Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini inceleyiniz.

$$\begin{array}{r} (432)_5 \\ -\ (421)_5 \\ \hline (11)_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (213)_4 \\ -\ (21)_4 \\ \hline (132)_4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (502)_6 \\ -\ (43)_6 \\ \hline (415)_6 \end{array}$$

**Örnek:**

Aşağıda verilen çarpma işlemlerini inceleyiniz.

$$\begin{array}{r} (43)_5 \\ \times\ (21)_5 \\ \hline 43 \\ +141\phantom{0} \\ \hline (2003)_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (412)_6 \\ \times\ (35)_6 \\ \hline 3304 \\ +2040\phantom{0} \\ \hline (24104)_6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (321)_4 \\ (103)_4 \\ \hline 2223 \\ 000\phantom{0} \\ +\ 321\phantom{00} \\ \hline (100323)_4 \end{array}$$

**Çözümlü Sorular**

**1.** İki basamaklı bir sayının, rakamlarının yerleri değiştirilirse, sayı 63 büyüyor.

Bu sayının rakamları arasındaki far kaçtır?

**Çözüm:**

İki basamaklı sayı $ab$ olsun. Verilenlere göre,

$$ba - ab = 63 \Rightarrow (10b + a) - (10a + b) = 63$$

$$\Rightarrow 9.b - 9.a = 63$$

$$\Rightarrow 9.(b - a) = 63$$

$$\Rightarrow b - a = 7 \text{ dir.}$$

**2.** Üç basamaklı abc sayısının yüzler basamağındaki rakam ile onlar basamağındaki rakam yer değiştirince sayı 270 küçülüyor.

Buna göre, $a - b$ kaçtır?

**Çözüm:**

Verilenlere göre,

$$abc - bac = 270$$

$$\Rightarrow (100a + 10b + c) - (100b + 10a + c) = 270$$

$$\Rightarrow (100a - 10a) + (10b - 100b) + (c - c) = 270$$

$$\Rightarrow 90a - 90b = 270$$

$$\Rightarrow 90.(a - b) = 270$$

$$\Rightarrow a - b = 3 \text{ olur.}$$

**3.** Aşağıdaki toplama işleminde her harf sıfırın dışında farklı birer rakamı göstermektedir. M < N < R ve

$$\begin{array}{r} MNR \\ NRM \\ +\,RMN \\ \hline 1221 \end{array}$$

olduğuna göre, R nin en büyük değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$$MNR = 100.M + 10.N + R$$

$$NRM = 100.N + 10.R + M$$

$$RMN = 100.R + 10.M + N$$

$$MNR + NRM + RMN = 1221$$

$$111.M + 111.N + 111.R = 1221$$

$$111.(M + N + R) = 1221$$

$$M + N + R = \frac{1221}{111} = 11$$

R nin en büyük olabilmesi için M ve N sıfırdan ve birbirinden farklı en küçük rakam olmalıdır.

Yani, $M = 1$ , $N = 2$ , $R = 8$ verilen koşulları sağlar.

**4.** Her biri en az üç basamaklı olan on tane sayı vardır. Bunlardan her birinin yüzler basamağındaki rakam, sayısal değeri bakımından 2 büyütülür, onlar basamağındaki rakam 3 küçültülür ve birler basamağındaki rakam 1 büyütülürse bu 10 sayının toplamı kaç artar?

**Çözüm:**

**1.Yol**

Üç basamaklı bir sayının; yüzler basamağındaki rakam 2 artırılırsa sayı 200 artar, onlar basamağındaki rakam 3 azaltılırsa sayı 30 azalır, birler basamağındaki rakam 1 artırılırsa sayı 1 artar.

Bu işlemler birlikte yapılırsa bu sayı 200 – 30 + 1 = 171 artırılmış olur. 10 tane sayıda aynı işlem yapılırsa bu 10 sayının toplamı 10.171 = 1710 artar.

**2.Yol**

Bu sayılardan biri $abc$ olsun.

$$abc = 100.a + 10.b + c$$

sayısında istenen değişiklikler yapılırsa,

$$100.(a + 2) + 10.(b - 3) + (c + 1)$$

$$100.a + 200 + 10.b - 30 + c + 1$$

$= 100.a + 10.b + c + 200 - 30 + 1$

$= abc + 171$ olur.

Buna göre, her bir sayı 171 artacağından dolayı 10 tane sayı toplam, $10.171 = 1710$ artar.

**5.** $AB5C6$ ve $AB3C9$ beş basamaklı iki sayıdır. Buna göre, $AB5C6 - AB3C9$ farkı kaçtır?

**Çözüm:**

**1.Yol**

$AB5C6 = 10000.A + 1000.B + 5.100 + 10.C + 6$

$AB3C9 = 10000.A + 1000.B + 3.100 + 10.C + 9$

$$\begin{array}{l} AB5C6 = \cancel{10000.A} + \cancel{1000.B} + 5.100 + \cancel{10.C} + 6 \\ -\ AB3C9 = \cancel{10000.A} + \cancel{1000.B} + 3.100 + \cancel{10.C} + 9 \\ \hline \end{array}$$

$= 500 - 300 + 6 - 9$

$= 197$ bulunur.

**2.Yol**

A, B, C rakamlarına herhangi birer değer verelim.

$A = 1$ , $B = 2$ , $C = 3$ olsun.

$$\begin{array}{l} AB5C6 = 12536 \\ -\ AB3C9 = 12339 \\ \hline AB5C6 - AB3C6 = 197 \end{array}$$

A,B,C nin başka değerleri için de aynı sonuç bulunabilir.

**6.** $abc$ ve $cba$ üç basamaklı, $ac$ ve $ca$ iki basamaklı doğal sayılardır.

Buna göre $\dfrac{abc - cba}{ac - ca}$ kesrinin değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$$\frac{abc - cba}{ac - ca} = \frac{(100.a + 10.b + c) - (100.c + 10.b + a)}{(10.a + c) - (10.c + a)}$$

$$= \frac{99.a - 99.c}{9.a - 9.c} = \frac{99.(a - c)}{9.(a - c)}$$

$= \dfrac{99}{9} = 11$ bulunur.

**7.** Bir öğrenciden, verilen bir x sayısını 35 ile çarpması istenmiştir. Öğrenci, sonucu 5705 bulmuş; fakat işlemi kontrol ederken verilen x sayısının sıfır olan onlar basamağını 6 olarak gördüğünü saptamıştır.

Buna göre, doğru sonuç kaçtır?

**Çözüm:**

**1.Yol**

Öğrenci, x sayısının 0 olan onlar basamağını 6 görmekle x sayısını 6.10 = 60 fazla görmüştür. Sonra x sayısını 35 ile çarptığı içinde çarpımı 35.60 = 2100 fazla bulmuştur.

Buna göre, doğru sonuç 5705 – 2100 = 3605 tir.

**2.Yol**

Öğrenci x ile 35 i çarpıp 5705 bulduğuna göre, 5705 i 35 e bölersek öğrencinin hatalı olarak aldığı x sayısını buluruz.

$\dfrac{5705}{35} = 163$ olduğuna göre, öğrenci 163 ile 35 i çarpmış.
Halbuki x sayısının sıfır olan onlar basamağını 6 olarak gördüğüne göre, x sayısı 163 değil, 103 tür.

Buna göre, doğru sonuç 35.103 = 3605 tir.

**8.** İki basamaklı ab sayısı rakamları toplamının x katı, iki basamaklı ba sayısı da rakamları toplamının y katına eşittir.

Buna göre, x + y toplamı kaçtır?

**Çözüm:**

**1.Yol**

$ab$ sayısı, rakamları toplamının x katına eşit ise,

$ab = x.(a + b)$ dir.

$ba$ sayısı, rakamları toplamının y katına eşit ise,

$ba = y.(b + a)$ dır.

Buna göre,

$$\begin{array}{l} ab = x.(a+b) \\ \underline{+\ ba = y.(b+a)} \end{array}$$

$$ab + ba = x.(a+b) + y.(b+a)$$

$$10a + b + 10b + a = (a+b).(x+y)$$

$$11.a + 11.b = (a+b).(x+y)$$

$$11.(a+b) = (a+b).(x+y)$$

$x + y = 11$ dir.

**2.Yol**

$a, b$ rakamlarına herhangi birer değer verelim.

$a = 1$ , $b = 2$ olsun.

$ab = 12$ sayısı, rakamları toplamının x katına eşit ise,

$12 = x.(1+2) \Rightarrow x = 4$ tür.

$ba = 21$ sayısı, rakamları toplamının y katına eşit ise,

$21 = y.(2+1) \Rightarrow y = 7$ dir.

Buna göre, $x + y = 11$ dir.

Koşulları sağlayan başka $a, b$ değerleri için de aynı sonuç bulunabilir.

**9.** Her biri üç basamaklı, rakamları sıfırdan farklı, 4 farklı doğal sayının toplamı 1071 dir.

Buna göre, bu sayılardan en büyüğü en çok kaç olabilir?

**Çözüm:**

Toplamı 1071 olan üç basamaklı 4 farklı doğal sayıdan birinin en çok olabilmesi için diğer üçünün en az olması gerekir. Rakamları sıfırdan farklı, en küçük farklı üç tam sayı, 111, 112 ve 113 tür.

Aradığımız sayı x ise,

$$x + 111 + 112 + 113 = 1071$$

$$x + 336 = 1071$$

$x = 1071 - 336 = 735$ tir.

**10.** Her biri üç basamaklı, dört tane doğal sayının toplamı 778 olduğuna göre, bu sayıların en büyüğü en çok kaç olabilir?

**Çözüm:**

Toplamı 778 olan üç basamaklı dört doğal sayıdan birinin en büyük olabilmesi için diğer üçü mümkün olan en küçük sayılar olmalıdır. Bu üç basamaklı sayıların birbirinden farklı olması gerekmektedir.

En küçük üç basamaklı sayı 100 dür. Buna göre, sayıların toplamı,

$100 + 100 + 100 = 300$ olur.

Dördüncü sayı ise, $778 - 300 = 478$ dir.

**11.** Üç basamaklı bir sayının birler basamağındaki rakam 5 tir. Bu rakam sayının en soluna yazıldığında sayının değeri 387 azalıyor.

Buna göre, bu sayının rakamları toplamı kaçtır?

**Çözüm:**

Üç basamaklı sayı $ab5$ olsun.

Verilenlere göre,

$$ab5 - 5ab = 387$$

$$100.a + 10.b + 5 - (100.5 + 10.a + b) = 387$$

$$90.a + 9.b - 495 = 387$$

$$90.a + 9.b = 882$$

$$9.(10.a + b) = 882$$

$$9.ab = 882$$

$$ab = 98$$

ise, $a = 9$ ve $b = 8$ dir.

$ab5 = 985$ olduğuna göre,

$a + b + 5 = 9 + 8 + 5 = 22$ olur.

**12.** 2, 3, 6, 7, 8 rakamlarını kullanarak yazılan, rakamları birbirinden farklı, beş basamaklı KMPTS sayısında,

$K + M = T + S$ dir.

Bu koşulları sağlayan kaç tane beş basamaklı KMPTS sayısı vardır?

**Çözüm:**

2, 3, 6, 7, 8 rakamlarını kullanarak yazılan, rakamları birbirinden farklı, beş basamaklı KMPTS sayısında, $K + M = T + S$ koşuluna uygun KMPTS biçimindeki sayılarda,

$2 + 8 = 7 + 3$ veya $2 + 7 = 3 + 6$ olduğuna göre,

( $K = 2,\ M = 8,\ T = 7,\ S = 3,\ P = 6$ ) veya

( $K = 2,\ M = 7,\ T = 3,\ S = 6,\ P = 8$ ) olabilir.

Toplama işleminde değişme özelliği olduğu dikkate alınarak istenen koşullardaki KMPTS sayılarını yazalım:

| | |
|---|---|
| 28673 | 73628 |
| 28637 | 37628 |
| 82673 | 73682 |
| 82637 | 37682 |
| 27836 | 36827 |
| 27863 | 63827 |
| 72836 | 36872 |
| 72863 | 63872 |

Buna göre, istenen koşullarda on altı tane sayı yazılabilir.

KISACA

2, 3, 6, 7, 8 rakamlarından dördü seçilip,

$K + M = T + S$

( $2 + 8 = 7 + 3$ veya $2 + 7 = 3 + 6$ ) eşitliği oluşturulabilir.

Buna göre, eşitliğin bir tarafında; 2 ile 8 diğer tarafında 3 ile 7 (bu biçimde sekiz sayı yazılabilir).

Bu durumda 8.2 = 16 sayı yazılabilir.

**13.** $xy$ iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$xy = y^2$

koşulunu sağlayan $xy$ sayılarının toplamı kaçtır?

**Çözüm:**

$xy = y^2$ koşulunu sağlayan y rakamı sadece 5 ve 6 dır.

Buradan,

$xy = 5^2 = 25$ veya $xy = 6^2 = 36$ olur.

Buna göre, bu koşulları sağlayan $xy$ sayılarının toplamı, $25 + 36 = 61$ olur.

**14.** Üç basamaklı ve birbirinden farklı üç doğal sayının toplamı 702 dir.

Bu sayılardan en küçüğü en çok kaç olabilir?

**Çözüm:**

Bu üç sayının en küçüğünün en büyük değerini alması için, üç sayının da birbirine yakın seçilmesi gerekir.

Ortanca sayı $= \frac{702}{3} = 234$ tür.

Buna göre, bu sayılar: 233, 234, 235 olur.

Buna göre, bu üç sayının en küçüğü en çok 233 olur.

**15.** $abc$ üç basamaklı bir doğal sayıdır.

$a = c + 1$

$c = b + 3$

koşullarına uygun olarak yazılabilecek $abc$ çift sayılarının toplamı kaçtır?

Verilen şartlara göre, a ve c rakamları b nin alabileceği değerlere bağlıdır.

Sayının çift olabilmesi için c çift olmalıdır. Bunun içib b tek sayı olmalıdır.

Verilen koşullar da göz önünde bulundurularak yazılabilecek üç basamaklı çift sayılar, 514, 736, 958 dir. Bu sayıların toplamı,

$514+736+958=2208$ dir.

**16.** $aa$ ve $bb$ iki basamaklı doğal sayılardır.

$(aa)^2-(bb)^2=968$ olduğuna göre, a kaçtır?

**Çözüm:**

$$(aa)^2-(bb)^2=968$$

$$(10.a+a)^2-(10.b+b)^2=968$$

$$(11.a)^2-(11.b)^2=968$$

$$121.a^2-121.b^2=968$$

$$121.(a^2-b^2)=968$$

$$a^2-b^2=8$$

$$(a-b).(a+b)=968$$

Buna göre,

( $a-b=1$ ve $a+b=8$ ) veya ( $a-b=1$ ve $a+b=8$ ) olabilir. Şimdi bu iki durumu inceleyelim.

$$\begin{array}{r} a-b=1 \\ +\ a+b=8 \\ \hline 2a=9 \end{array}$$

$a=9/2$ olamaz. Çünkü a rakamdır.

$$\begin{array}{r} a-b=2 \\ +\ a+b=4 \\ \hline 2a=6 \end{array}$$

$a=3$ ve $b=1$ olur.

Buna göre, $(aa)^2-(bb)^2=968$ koşulunu sağlayan a değeri 3 tür.

**17.** 2, 3, 4, 5, 6, 7 rakamlarının üçüyle rakamları farklı üç basamaklı ABC sayısı, diğer üçüyle rakamları farklı üç basamaklı DEF sayısı oluşturulmuştur.

$ABC+DEF$ toplamı 801 olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi bu sayılardan biri olamaz?

A ) 234 B ) 326 C ) 346 D ) 475 E ) 576

**Çözüm:**

$ABC+DEF=801$ olduğuna göre, C ile F nin toplamı 11; B ile E nin toplamı 9; A ile D nin toplamı 7 dir.

$ABC=346$ olduğunu varsayalım.

Sayılardan biri 346 olursa, toplamın 801 olması için diğeri 801 – 346 = 455 olur. Bu da verilen koşullara aykırıdır.

**18.** 1 den 82 ye kadar olan tam sayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak

$a=1234\ldots9101112..8182$

şeklinde bir a sayısı oluşturuluyor. Buna göre, a sayısı kaç basamaklıdır.?

**Çözüm:**

1 den 82 ye kadar olan tam sayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak

$a=1234\ldots9101112..8182$ şeklinde bir a sayısı oluşturulurken; bir basamaklı 9 tane sayı yazıldıktan sonra iki basamaklı

$10111213..8182$ sayıları yazılmıştır.

10 dan 82 ye kadar; 82 – 10 + 1 = 73 tane sayı vardır.

Bu sayıların her biri iki basamaklı olduğu için bunlar ile 73.2 = 146 tane rakam yazılmış olur.

Buna göre, a sayısı,

9 + 146 = 155 basamaklıdır.

**19.** 3 den 8 e kadar olan rakamlar kullanılarak yazılan rakamları birbirinden farklı, altı basamaklı ABCDEF sayısında

A + B = C + D = E + F dir.

Bu koşulları sağlayan en büyük ABCDEF sayısının birler basamağındaki rakam ile yüzler basamağındaki rakamın toplamı kaçtır?

**Çözüm:**

3, 4, 5, 6, 7, 8 rakamları ile,

A + B = C + D = E + F

8 + 3 = 7 + 4 = 6 + 5

olacak biçimde yazılabilecek en büyük ABCDEF sayısı 837465 tir.

Buna göre, bu sayının birler basamağındaki rakam ile yüzler basamağındaki rakamın toplamı; 5 + 4 = 9 dur.

**20.**

$$\begin{array}{r} AB \\ +\,CD \\ \hline \end{array}$$

Yukarıdaki toplama işleminde A,B,C,D birbirinden farklı birer tek rakamı, AB ve CD de iki basamaklı sayıları göstermektedir.

Buna göre, toplama işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A ) 150 B ) 96 C ) 346 D ) 70 E ) 56

**Çözüm:**

A,B,C,D birbirinden farklı birer tek rakam olduğuna göre, bunlar; 1, 3, 5, 7, 9 olabilir.

15 + 37 = 52 olduğuna göre, toplam en az 52 olabilir; 50 olamaz.

**21.** n tabanındaki 101 sayısı, 10 tabanındaki 50 ye eşit olduğuna göre, n kaçtır?

**Çözüm:**

$(101)_n = (50)_{10}$

$\Rightarrow 1.n^2 + 0.n^1 + 1.n^0 = 50$

$\Rightarrow n^2 + 1 = 50$

$\Rightarrow n^2 = 49$

$\Rightarrow n = 7$ bulunur.

**22.** 6 tabanındaki 455 sayısının 1 fazlası aynı tabanda kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (455)_6 \\ +\quad (1)_6 \\ \hline (500)_6 \end{array}$$

**23.** $2.5^3 + 3.5^1 + 4$ sayısının 5 tabanındaki eşiti kaçtır?

**Çözüm:**

$2.5^3 + 3.5^1 + 4 = 2.5^3 + 0.5^2 + 3.5^1 + 4.5^0$

$= (2034)_5$

**24.** $6^3 + 6^2$ sayısı 6 tabanına göre yazıldığında, kaç basamaklı bir sayı elde edilir?

**Çözüm:**

$6^3 + 6^2 = 1.6^3 + 1.6^2 + 0.6^1 + 0.6^0 = (1100)_6$

olduğuna göre, verilen sayı 6 tabanına göre yazıldığında dört basamaklı bir sayı elde edilir.

Dikkat edilecek olunursa; $6^3$ sayısı da, 6 tabanına göre yazıldığında dört basamaklı bir sayı olur.

Sonuç olarak, $n^m$ sayısı n tabanına göre yazıldığında ( m + 1 ) basamaklı bir sayı elde edilir.

**25.** x sıfırdan farklı bir rakam, 4 ve y sayı tabanını göstermek üzere,

$$(xxx)_4 = (xx)_y$$

olduğuna göre, y kaçtır?

**Çözüm:**

Sayılar verilen tabana göre çözümlenirse,

$$(xxx)_4 = (xx)_y$$

$$x.4^2 + x.4^1 + x.4^0 = x.y^1 + x.y^0$$

$$16.x + 4.x + x = x.y + x$$

$$21.x = x.(y+1)$$

$$y + 1 = 21$$

$y = 20$ bulunur.

**26.** 6 ve m sayı tabanını göstermek üzere,

$$(156)_m = (230)_6$$

olduğuna göre, m kaçtır?

**Çözüm:**

$$(156)_m = (230)_6$$

$$1.m^2 + 5.m^1 + 6.m^0 = 2.6^2 + 3.6^1 + 0.6^0$$

$$m^2 + 5m + 6 = 2.36 + 3.6$$

$$m^2 + 5m + 6 = 90$$

$$m^2 + 5m - 84 = 0$$

$$(m+12).(m-7) = 0$$

$m = -12$ veya $m = 7$ dir.

$m > 6$ olacağından $m = 7$ olur.

**27.** 7 sayı tabanı olmak üzere

$$(abc)_7 - (cba)_7 = (462)_7$$

olduğuna göre, $a - c$ farkı kaçtır?

**Çözüm:**

$$(462)_7 = 4.7^2 + 6.7^1 + 2.7^0 = 4.49 + 6.7 + 2.1 = 240$$

$$(abc)_7 - (cba)_7 = (462)_7$$

$$(a.7^2 + b.7^1 + c.7^0) - (c.7^2 + b.7^1 + a.7^0) = 240$$

$$49a + 7b + c - (49c + 7b + a) = 240$$

$$48a - 48c = 240$$

$$48.(a - c) = 240$$

$a - c = 5$ tir.

**28.** 3 ve 4 birer sayı tabanı olmak üzere,

$$(1100)_3 = \left[(x)_4\right]^2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

**Çözüm:**

$$(1100)_3 = 1.3^3 + 1.3^2 + 0.3^1 + 0.3^0 = 36$$

$$(1100)_3 = \left[(x)_4\right]^2$$

$$(1100)_3 = \left[(x)_4\right]^2 \Rightarrow \left[(x)_4\right]^2 = 36 \Rightarrow (x)_4 = 6$$

$$\Rightarrow (x)_4 = 1.4 + 2.1$$

$$\Rightarrow (x)_4 = 1.4^1 + 2.4^0$$

$\Rightarrow (x)_4 = (12)_4 \Rightarrow x = 12$ dir.

**29.** 4 ve x sayı tabanı olmak üzere,

$(2x1)_4 + (102)_x$

toplamının değeri 10 tabanında kaçtır?

**Çözüm:**

$(2x1)_4 + (102)_x$ ifadesinde x sayısı 2 den büyük 4 ten küçük olmalıdır. Bu durumda $x = 3$ tür.

$(2x1)_4 = (231)_4 = 2.4^2 + 3.4^1 + 1.4^0$

$= 32 + 12 + 1 = 45$

$(102)_x = (102)_3 = 1.3^2 + 0.3^1 + 2.3^0$

$= 9 + 2 = 11$

Buna göre, $(2x1)_4 + (102)_x = 45 + 11 = 56$ olur.

**30.** 6 tabanındaki iki basamaklı bir sayının rakamlarının yerleri değiştirildiğinde sayı $(23)_6$ büyüyor.

Buna göre, bu koşulu sağlayan en büyük sayı kaçtır?

**Çözüm:**

6 tabanındaki iki basamaklı bir sayı $(ab)_6$ olsun.
Verilenlere göre,

$(ba)_6 - (ab)_6 = (23)_6$

$(6.b + a) - (6.a + b) = 6.2 + 3$

$5.(b - a) = 15$

$b - a = 3$

$(ab)_6$ sayısının en büyük olması için a ve b en büyük olmalıdır. $b - a = 3$ ise $b = 5$ ve $a = 2$ olur.

Buna göre, $(ab)_6 = (25)_6$ olur.

**31.** 5 tabanında rakamları farklı üç basamaklı en büyük sayı ile yine aynı tabanda rakamları farklı üç basamaklı en küçük pozitif sayının toplamı 5 tabanında kaçtır?

**Çözüm:**

5 tabanında rakamları farklı üç basamaklı en büyük sayı $(abc)_5$ olsun.

Burada, a en çok 4, b en çok 3, c en çok 2 olur.

5 tabanında rakamları farklı üç basamaklı en küçük sayı $(def)_5$ olsun.

Burada, d en az 1, e en az 0, f en az 2 olur.

Buna göre,

$$\begin{array}{r} (abc)_5 \\ +\ (def)_5 \\ \hline (\quad\ )_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (432)_5 \\ +\ (102)_5 \\ \hline (1034)_5 \end{array}$$

olur.

**32.** 5 sayı tabanı olmak üzere,

$\left[(43)_5\right]^2 - \left[(34)_5\right]^2$

işleminin sonucu 5 tabanında kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (43)_5 \\ +\ (34)_5 \\ \hline (132)_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (43)_5 \\ -\ (34)_5 \\ \hline (4)_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} (132)_5 \\ -\ \ (4)_5 \\ \hline (1133)_5 \end{array}$$

olduğuna göre,

$\left[(43)_5\right]^2 - \left[(34)_5\right]^2 = \left[(43)_5 + (34)_5\right].\left[(43)_5 - (34)_5\right]$

$= (132)_5.(4)_5 = (1133)_5$ olur.

**33.** x , 3'ten büyük bir rakam olmak üzere

$(x + 1)^3$

ifadesi x tabanında kaçtır?

**Çözüm:**

$(x+1)^3 = 1.x^3 + 3.x^2 + 3.x + 1$

$= 1.x^3 + 3.x^2 + 3.x^1 + 1.x^0$

$= (1331)_x$

**34.** 2 ve 8 sayı tabanı olmak üzere,

$(100110111)_2 = (x)_8$

eşitliğini sağlayan x sayısı kaçtır?

**Çözüm:**

**1.Yol**

$\begin{matrix} 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ (1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1)_2 \end{matrix}$

$= 1.2^8 + 1.2^5 + 1.2^4 + 1.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$

$= 1.2^{6+2} + 1.2^{3+2} + 1.2^{3+1} + 1.4 + 2 + 1$

$= 4.2^6 + 4.2^3 + 2.2^3 + 7$

$= 4.(2^3)^2 + (4+2).2^3 + 7$

$= 4.8^2 + 6.8^1 + 7$

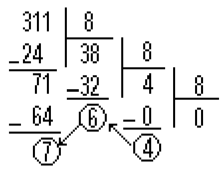
$= (467)_8$

**2.Yol**

$\begin{matrix} 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ (1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1)_2 \end{matrix}$

$= 1.2^8 + 1.2^5 + 1.2^4 + 1.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$

$= 256 + 32 + 16 + 4 + 2 + 1 = 311$

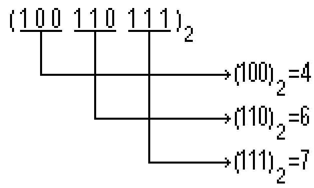



olduğuna göre, $(100110111)_2 = 311 = (467)_8$ dir.

**3.Yol**

2 tabanındaki bir sayıyı $2^3$ tabanında yazmak için, verilen sayının basamakları sağdan sola doğru 3 lü gruplara ayrılır. Sonra en soldaki gruptan başlanarak her bir grup sırasıyla 2 tabanına göre çözümlenerek elde edilen sayılar soldan sağa doğru $2^3 = 8$ tabanında yazılır.

Buna göre,




$(100110111)_2 = (467)_8$ ve $(100110111)_2 = (x)_8$ ise

$x = 8$ dir.

**35.**

I. $(123)_5$

II. $(113)_7$

III. $(123)_4$

sayılarından hangilerinin 10 tabanındaki değeri tek sayıdır?

**Çözüm:**

Taban çift olduğunda birler basamağındaki rakam tek ise sayının 10 tabanındaki değeri tek sayıdır. Taban çift olduğunda birler basamağındaki rakam çift ise sayının 10 tabanındaki değeri çifttir.

Buna göre, tabanı çift olan $(123)_4$ sayısının birler basamağındaki 3 rakamı tek olduğu için, $(123)_4$ sayısının 10 tabanındaki değeri tek sayıdır.

Taban tek olduğunda sayının rakamlarının sayısal değerleri toplamı; tek ise 10 tabanındaki değeri tek, çift ise 10 tabanındaki değeri çifttir.

Buna göre, tabanı tek olan $(123)_5$ sayısının rakamları toplamı 1 + 2 + 3 = çift olduğundan, $(123)_5$ sayısının 10 tabanındaki değeri çift sayıdır.

Tabanı tek olan $(113)_7$ sayısının rakamları toplamı 1 + 1 + 3 = 5 tek olduğundan, $(113)_7$ sayısının 10 tabanındaki değeri tek sayıdır.

**36.** $x = 8A4B7$ ve $y = 7B8A4$ beş basamaklı iki doğal sayıdır.

$x - y = 14553$ olduğuna göre, $A - B$ farkı kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{rl} & 8A4B7 = 10000.8 + 1000.A + 100.4 + 10.B + 1.7 \\ - & 7B8A4 = 10000.7 + 1000.B + 100.8 + 10.A + 1.4 \\ \hline & 10000.1 + 1000.(A - B) - 100.4 - 10.(A - B) + 1.3 \end{array}$$

$$8A4B7 - 7B8A4 = 10000 - 400 + 3 + 990.(A - B)$$

$$8A4B7 - 7B8A4 = 9603 + 990.(A - B)$$

olduğuna göre,

$$x - y = 14553$$

$$x - y = 8A4B7 - 7B8A4 = 9603 + 990.(A - B) = 14553$$

$$990.(A - B) = 14553 - 9603$$

$$990.(A - B) = 4950$$

$A - B = 5$ tir.

**37.** ABCD ve CBAD dört basamaklı birer sayıdır.

$$\begin{array}{rr} & ABCD \\ - & CBAD \\ \hline & 3960 \end{array}$$

olduğuna göre, C – A farkı kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{rl} & ABCD = 1000.A + \cancel{100.B} + 10.C + \cancel{D} \\ - & CBAD = 1000.C + \cancel{100.B} + 10.A + \cancel{D} \\ \hline \end{array}$$

$$ABCD - CBAD = 990.A - 990.C$$

$$3960 = 990.(A - C)$$

$$A - C = 4$$

$$C - A = -4$$

**38.** Dört basamaklı bir sayının iki basamaklı bir sayıyla çarpımı en az kaç basamaklıdır?

**Çözüm:**

Bu sayıları uygun şartlarda en küçük seçersek çarpımları da en küçük olur. Dört basamaklı en küçük sayı 1000, iki basamaklı en küçük sayı 10 dur.

Bunları çarparsak, 1000.10 = 10000 olur. Bu durumda çarpım 5 basamaklıdır.

Bu işlemi genelleyebiliriz. x basamaklı bir doğal sayı ile y basamaklı bir doğal sayının çarpımı; en az ( x + y – 1 ) basamaklı, en çok ( x + y ) basamaklıdır.

**39.** a ve b birer rakamdır.

$$\begin{array}{rr} & ab23 \\ & ab2 \\ + & ab \\ \hline & 3799 \end{array}$$

olduğuna göre, a.b kaçtır?

**Çözüm:**

**1.Yol**

Verilen sayılar çözümlenirse,

$$\begin{array}{rl} & ab23 = 1000.a + 100.b + 23 \\ & ab2 = 100.a + 10.b + 2 \\ + & ab = 10.a + b \\ \hline \end{array}$$

$$3799 = 1110.a + 111.b + 25$$

$$3774 = 111.(10.a + b)$$

$3774 = 111.ab$

$ab = 34$

$ab = 34 \Rightarrow a = 3$ ve $b = 4$ olup $a.b = 3.4 = 12$ olur.

**2.Yol**

$$\begin{array}{rl} ab23 = & 100.ab + 23 \\ ab2 = & 10.ab + 2 \\ + \quad ab = & ab \\ \hline \end{array}$$

$3799 = 111.ab + 25$

$3774 = 111.ab$

$ab = 34$

$ab = 34 \Rightarrow a = 3$ ve $b = 4$ olup $a.b = 3.4 = 12$ olur.

**40.** İki basamaklı bir doğal sayı, rakamları toplamının 4 katına eşittir.

Buna göre, bu sayı en çok kaç olabilir?

**Çözüm:**

İki basamaklı doğal sayı ab olsun.

$ab = 4.(a + b)$ ise, $10.a + b = 4.a + 4.b$

$6.a = 3.b$

$2.a = b$

Buradan, a nın alabileceği değerler 1,2,3,4 tür. a 'nın bu değerlerine karşın b' nin alacağı değerler sırasıyla; 2, 4, 6, 8 dir.

Buna göre, ab en çok 48 olur.

**41.** A,B,C birer rakam, AB iki basamaklı bir sayı ve

$AB = A + B + C + 80$

olduğuna göre, A kaçtır?

**Çözüm:**

A,B,C birer rakam, AB iki basamaklı bir sayı ise,

$AB = A + B + C + 80$

$10.A + B = A + B + C + 80$

$10.A + B - A - B = C + 80$

$9.A = C + 80$ dir.

Bu eşitliğin sol tarafındaki sayı 9'un katı olduğu için sağ taraftaki sayı da 9'un katı olmalıdır. Bu durumda C rakamı 1 olmak zorundadır.

$C = 1$ ise,

$9.A = 1 + 80 \Rightarrow 9.A = 81 \Rightarrow A = 9$ dur.

**42.**

$$\begin{array}{r} AA \\ AB \\ BA \\ + \; BB \\ \hline 176 \end{array}$$

Yukarıda verilen ikişer basamaklı dört sayının toplamı 176 ve $A \neq B$ olduğuna göre, bu koşula uyan kaç farklı AB sayısı vardır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{rl} AA = & 10.A + A \\ AB = & 10.A + B \\ BA = & 10.B + A \\ + \; BB = & 10.B + B \\ \hline 176 = & 22.(A + B) \end{array}$$

$A + B = 8$ dir.

Buradan, A nın alabileceği değerler; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 dir. A nın bu değerlerine karşın B nin alacağı değerler sırasıyla; 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 dir.

$A \neq B$ olduğundan $A = 4$, $B = 4$ olamaz. Bu durumda, 6 farklı AB tamsayısı vardır. Bunlar; 17, 26, 35, 53, 62, 71 dir.

**43.** Dört basamaklı abab sayısı iki basamaklı ab sayısının kaç katıdır?

**Çözüm:**

$abab = 1000.a + 100.b + 10.a + b$

$= 1010.a + 101.b$

$$= 101.(10.a + b)$$

$$= 101.ab$$

olduğundan abab sayısı ab sayısının 101 katıdır.

**44.** ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\frac{ab - ba}{ab + ba} = \frac{3}{11}$$

olduğuna göre, ab sayısının en büyük değeri kaçtır?

**Çözüm:**

$\dfrac{ab - ba}{ab + ba} = \dfrac{3}{11}$ olduğuna göre,

$$\frac{10.a + b - (10.b + a)}{10.a + b + (10.b + a)} = \frac{3}{11} \Rightarrow \frac{9.a - 9.b}{11.a + 11.b} = \frac{3}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{9.(a - b)}{11.(a + b)} = \frac{3}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{3.(a - b)}{a + b} = 1$$

$$\Rightarrow 3.a - 3.b = a + b$$

$$\Rightarrow a = 2.b \text{ dir.}$$

$a = 2.b$ ise, a nın alabileceği değerler; 2, 4, 6, 8 dir. a nın bu değerlerine karşın b nin alabileceği değerler sırasıyla; 1, 2, 3, 4 tür. Buna göre, ab sayısı en çok 84 olur.

**45.** Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı, dört basamaklı en büyük tam sayı ile üç basamaklı en küçük doğal sayının farkı kaçtır?

**Çözüm:**

Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı; dört basamaklı en büyük tam sayı 9876, en küçük üç basamaklı doğal sayı, 123 tür. Bu sayıların farkı, 9876 – 123 = 9753 tür.

**46.** Üç basamaklı ABC sayısı iki basamaklı AB sayısından 134 fazladır.

Buna göre, A + B + C toplamı kaçtır?

**Çözüm:**

Üç basamaklı ABC sayısı iki basamaklı AB sayısından 134 fazla olduğuna göre,

$$ABC = AB + 134$$

$$100.A + 10.B + C = 10.A + B + 134$$

$$90.A + 9.B + C = 134 \text{ tür.}$$

Bu eşitliği sağlayan değerler,

$A = 1$ , $B = 4$ , $C = 8$ dir.

Buna göre, $A + B + C = 1 + 4 + 8 = 13$ tür.

**47.** Her biri 4 basamaklı, rakamları birbirinden farklı üç farklı doğal sayının toplamı 22065 tir.

Buna göre, bu sayılardan en küçüğü en az kaçtır?

**Çözüm:**

Toplamı 22065 olan 4 basamaklı rakamları birbirinden farklı, üç farklı doğal sayının birisinin en az olabilmesi için diğer ikisinin en büyük olması gerekir. Rakamları birbirinden farklı, en büyük farklı iki doğal sayı; 9876 ve 9875 tir.

Aradığımız sayı x ise,

$$x + 9876 + 9875 = 22065$$

$$x + 19751 = 22065$$

$$x = 22065 - 19751$$

$$x = 2314 \text{ bulunur.}$$

**48.** ab ve ba iki basamaklı doğal sayılardır.

$$(ab)^2 = 1089 + (ba)^2$$

olduğuna göre, a. b çarpımı kaçtır?

**Çözüm:**

$$(ab)^2 = 1089 + (ba)^2 \Rightarrow (ab)^2 - (ba)^2 = 1089$$

$$\Rightarrow (ab + ba).(ab - ba) = 1089$$

$$\Rightarrow 11.(a + b).9.(a - b) = 1089$$

$$\Rightarrow 11.(a + b).9.(a - b) = 1089$$

$$\Rightarrow 99.(a + b).(a - b) = 1089$$

$$\Rightarrow 99.(a + b).(a - b) = 1089$$

$$\Rightarrow (a + b).(a - b) = 11 \text{ dir.}$$

$(a + b).(a - b) = 11$ ise,

$$\left.\begin{matrix} a + b = 11 \\ a - b = 1 \end{matrix}\right\} a = 6 \text{ ve } b = 5 \text{ olur.}$$

Buna göre, $a.b = 6.5 = 30$ bulunur.

**49.** x sayı tabanı olmak üzere,

$$(134)_x = (58)_{10}$$

eşitliğinde, x kaçtır?

**Çözüm:**

$$(134)_x = (58)_{10}$$

$$1.x^2 + 3.x^1 + 4.x^0 = 58$$

$$x^2 + 3.x + 4 = 58$$

$$x^2 + 3.x - 54 = 0$$

$$(x + 9).(x - 6) = 0 \Rightarrow x = -9 \text{ veya } x = 6 \text{ dır.}$$

x , (134) sayısının tabanı olduğu için, $x > 4$ olmalıdır.

Buna göre, $x = 6$ olur.

**50.** 5 ve a sayı tabanı olmak üzere,

$$(xxx)_5 = (xx)_a$$

olduğuna göre, a kaçtır?

**Çözüm:**

$$(xxx)_5 = (xx)_a$$

$$x.5^2 + x.5^1 + x.5^0 = x.a^1 + x.a^0$$

$$25.x + 5.x + x = a.x + x$$

$$30.x = a.x \Rightarrow a = 30 \text{ olur.}$$

**51.** Hangi tabandaki 65 sayısı 4 tabanında 233 e eşittir?

**Çözüm:**

x tabanındaki 65 sayısının 4 tabanındaki eşiti 233 olsun.

$$(65)_x = (233)_4$$

$$6.x^1 + 5.x^0 = 2.4^2 + 3.4^1 + 3.4^0$$

$$6.x + 5 = 32 + 12 + 3$$

$$6.x + 5 = 47 \Rightarrow x = 7 \text{ dir.}$$

**52.** 5 sayı tabanını göstermek üzere,

$$(34)_5 < x \le (43)_5$$

şartını sağlayan x doğal sayıları kaç tanedir?

**Çözüm:**

$$(34)_5 < x \le (43)_5$$

$$3.5^1 + 4.5^0 < x \le 4.5^1 + 3.5^0$$

$$15 + 4 < x \le 20 + 3$$

$$19 < x \le 23 \text{ ise,}$$

x in alabileceği doğal sayı değerleri, 20, 21, 22, 23 tür.

**53.** 3, sayı tabanını göstermek üzere,

$(210)_3 - (112)_3$

farkı, 3 tabanına göre kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (210)_3 \\ + \; (112)_3 \\ \hline (21)_3 \end{array}$$

**54.** 5, sayı tabanını göstermek üzere,

$(43)_5 . (34)_5$

çarpma işleminin sonucu 5 tabanına göre kaçtır?

**Çözüm:**

$$\begin{array}{r} (43)_5 \\ \times \quad (34)_5 \\ \hline (332)_5 \\ + (234)_5 \; \\ \hline (3222)_5 \end{array}$$

**55.** 5 sayı tabanı ve $(ab)_5 - (ba)_5 = 4$ tür.

$a, b$ sayı tabanı ve $(23)_a + (21)_b = 18$ dir.

Buna göre, a.b çarpımı kaçtır?

**Çözüm:**

$$(ab)_5 - (ba)_5 = 4 \Rightarrow 5.a + b - (5b + a) = 4$$

$$\Rightarrow 4a - 4b = 4$$

$$\Rightarrow a - b = 1 \text{ dir.}$$

$$(23)_a + (21)_b = 18 \Rightarrow 2a + 3 + 2b + 1 = 18$$

$$\Rightarrow 2a + 2b + 4 = 18$$

$$\Rightarrow a + b = 7$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - b = 1 \\ a + b = 7 \end{array}\right\} \; a = 4 \text{ ve } b = 3 \Rightarrow a.b = 3.4 = 12 \text{ dir.}$$

**KONU BİTMİŞTİR.**