

İŞÇİ-HAVUZ PROBLEMLERİ

Burada inceleyeceğimiz işçi problemleri, orantı konusunda ele aldığımız soru modellerinden farklıdır. Burada ele alacağımız, "birlikte iş yapma problemleri" dir.

"İki işçinin bir işi bitirme süresini bulma" problemi ile "iki musluğun bir havuzu doldurma süresini bulma" problemi aynı matematik temele dayanmaktadır. Bunun için bu iki konuyu birlikte ele alacağız.

İşçi ve havuz problemlerinde verilen süreyi iş türünden ifade etmeliyiz.

Bir işçi bir işi x günde bitiriyorsa,

1 günde işin $\frac{1}{x}$ lik kısmını,

2 günde $\frac{2}{x}$ lik kısmını,

3 günde $\frac{3}{x}$ lik kısmını ve böylelikle

x günde $\frac{x}{x}$ lik kısmını yani tamamını bitirir.

Havuz problemlerini de benzer şekilde çözeceğiz.

A. Birlikte İş Yapma Problemleri

Bir işi;

Sevgi tek başına a saatte,

Mine tek başına b saatte bitirsin.

Sevgi ile Mine birlikte işin tamamını t saatte bitirsinler.

Buna göre,

Sevgi 1 saatte işin $\frac{1}{a}$ kadarını bitirir.

Mine 1 saatte işin $\frac{1}{b}$ kadarını bitirir.

Sevgi ile Mine birlikte 1 saatte işin $\frac{1}{t}$ kadarını bitirirler.

Sevgi ile Mine'nin ayrı ayrı 1 saatte yaptıkları iş miktarlarının toplamı, birlikte 1 saatte yaptıkları iş miktarına eşittir. Buna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{t} \text{ olur.}$$

Bu bağıntı,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot t = 1 \text{ biçiminde de ifade edilebilir.}$$

Örnek:

Bir işi Ahmet tek başına 12 günde, Selim tek başına 24 günde bitirebiliyor.

Buna göre, bu işin tamamını ikisinin birlikte kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Ahmet işin tamamını 12 günde bitirebiliyorsa 1 günde işin $\frac{1}{12}$ sini, Selim işin tamamını 24 günde bitirebiliyorsa 1

günde işin $\frac{1}{24}$ ünü, ikisi birlikte 1 günde işin $\frac{1}{12} + \frac{1}{24}$ ünü bitirebilirler.

İkisi birlikte işin tamamını t günde bitirsinler. Buna göre,

$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24} \right) \cdot t = 1 \Rightarrow \frac{3}{24} \cdot t = 1$$

$$\Rightarrow t = 8 \text{ olur.}$$

Örnek:

Serap bir işin tamamını 3x günde, Özge bu işin tamamını $\frac{x}{2}$ günde bitirebiliyor.

Serap ile Özge beraber bu işin tamamını 12 günde bitirebiliyorsa, aynı işi tek başına Özge'nin kaç günde bitirebileceğini bulalım

Çözüm:

Verilenlere göre, 1 günde; Serap işin $\frac{1}{3x}$ ini, Özge işin $\frac{1}{x}$ sini, ikisi birlikte işin $\frac{1}{3x} + \frac{1}{x}$ sini bitirirler.

İşin tamamını 12 günde bitirebildiklerine göre,

$$\begin{aligned}\frac{1}{3x} + \frac{1}{x} &= \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{3x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{12} \\ \Rightarrow \frac{7}{3x} &= \frac{1}{12} \\ \Rightarrow \frac{7}{x} &= \frac{1}{4} \Rightarrow x = 28 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Buna göre, Özge tek başına bu işi $\frac{28}{2} = 14$ günde bitirir.

Örnek:

Bir işin tamamını; Zafer 20 günde, Mustafa 40 günde, Recep 30 günde bitirebiliyor.

Buna göre, üçünün birlikte 6 günde bu işin kaçta kaçını bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre, 1 günde Zafer işin $\frac{1}{20}$ sini, Mustafa işin

$\frac{1}{40}$ ını, Recep işin $\frac{1}{30}$ unu bitirebilir. 6 gün beraber çalışarak işin x kadarını bitirsinler.

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{30}\right) \cdot 6 = x \Rightarrow x = \frac{13}{20} \text{ olur.}$$

Örnek:

Üç işçi bir işin tamamını birlikte 4 günde yapıyor.

Aynı işi birinci işçi 18 günde, ikinci işçi 12 günde yapabildiğine göre, üçüncü işçinin tek başına bu işi kaç günde yapabileceğini bulalım.

Çözüm:

Üçüncü işçi bu işi tek başına x günde yapsın.

Verilenlere göre,

$$\begin{aligned}\frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x} &= \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{5}{36} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \frac{1}{x} &= \frac{9}{36} - \frac{5}{36} \\ \Rightarrow \frac{1}{x} &= \frac{4}{36} \\ \Rightarrow x &= 9 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Örnek:

Bir işi tek başına Leyla 20 günde, Mecnun 30 günde bitirebiliyor.

İkisi birlikte çalışarak işi tamamladığında Leyla'nın işin kaçta kaçını yapmış olacağını bulalım.

Çözüm:

İkisi birlikte işi x günde yapsınlar. Verilenlere göre,

$$\begin{aligned}\frac{1}{20} + \frac{1}{30} &= \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3}{60} + \frac{2}{60} = \frac{1}{x} \\ \Rightarrow \frac{5}{60} &= \frac{1}{x} \\ \Rightarrow x &= 12\end{aligned}$$

Buna göre, Leyla 12 gün çalışmıştır.

Leyla 20 günde işin tamamını yaptığına göre; 1 günde işin;

$$\frac{1}{20} \text{ sini, 12 günde } 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5} \text{ ini yapar.}$$

Örnek:

Bir işin tamamını Kemal ile Vedat birlikte 9 günde yapabiliyorlar. Kemal 2 gün, Vedat 3 gün çalışırsa bu işin

$\frac{1}{4}$ ünü yapabiliyorlar.

Buna göre, Vedat'ın bu işin tamamını tek başına kaç günde yapabileceğini bulalım.

Çözüm:

İşin tamamını tek başına, Kemal x günde, Vedat y günde yapsın.

Kemal'in 1 günde yaptığı iş $\frac{1}{x}$ ve 2 günde yaptığı iş $\frac{2}{x}$,

Vedat'ın 1 günde yaptığı iş $\frac{1}{y}$ ve 3 günde yaptığı iş $\frac{3}{y}$ dir.

İkisi beraber bu iş 9 günde yaparlarsa:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \text{ olur. ... (I)}$$

Kemal 2 gün, Vedat 3 gün çalışınca işin $\frac{1}{4}$ ünü yaparsa:

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \text{ olur. ... (II)}$$

(I) ve (II) denklemlerinin ortak çözümünü yapalım. (I) denklemini -2 ile çarpıp (II) denkleminle taraf tarafa toplayalım.

$$\begin{array}{r} -\frac{2}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{2}{9} \\ + \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{2}{x} - \frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{y} = \frac{1}{4} - \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{36}$$

$$y = 36 \text{ olur.}$$

Buna göre, Vedat bu işin tamamını 36 günde yapabilir.

Sonuç

Bir işi tek başına; A işçisi a saatte, B işçisi b saatte, C işçisi c saatte bitirsin.

Üçü birlikte t saat çalıştıklarında işin $\frac{x}{y}$ sini bitiriyorlarsa,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)t = \frac{x}{y} \text{ dir.}$$

Kural

Bir işi; M,N ve P işçileri sırasıyla a, b ve c günde yapabilmektedir. Üçü birlikte t gün çalıştıktan sonra P işçisi işi bırakıyor. Kalan işi M ve N işçileri x günde tamamlıyorlarsa,

$$t \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + x \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1 \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir işi; Hakan tek başına 10 günde, Tayfun tek başına 20 günde, Ertuğrul tek başına 30 günde bitirebiliyor. Üçü beraber bu işe başladıktan 3 gün sonra Ertuğrul işi bırakıyor. Kalan işi Hakan ve Tayfun bitiriyor.

Buna göre, bu işin tamamının kaç günde bitirildiğini bulalım.

Çözüm:

Üçü beraber bu işe başladıktan 3 gün sonra Ertuğrul işi bırakıyor. Kalan işi Hakan ve Tayfun birlikte x günde bitirsin.

$$3 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right) + x \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20}\right) = 1$$

$$\frac{11}{20} + \frac{3x}{20} = 1$$

$$11 + 3x = 20$$

$$x = 3$$

Kalan işi Hakan ve Tayfun 3 günde bitirir. 3 gün de üçü birlikte çalıştığına göre, işin tamamı $3 + 3 = 6$ günde bitirilmiştir.

Örnek:

Bir işi tek başına; Yavuz 10 günde, Selim 30 günde bitirebiliyor. İki birlikte 2 gün çalıştıktan sonra Yavuz işten ayrılıyor.

Geriyeye kalan işi Selim'in kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

Selim kalan işi x günde bitirebilsin.

$$2 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30} \right) + x \cdot \frac{1}{30} = 1 \Rightarrow \frac{8}{30} + \frac{x}{30} = 1 \Rightarrow x = 22 \text{ olur.}$$

Örnek:

Bir işi, Nalan'ın yapma hızı, Levent'in yapma hızının yarısı kadardır.

Nalan ile Levent bu işi 10 günde bitirebildiklerine göre, Nalan'ın bu işi tek başına kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

İş yapma hızı ile bitirme süresi ters orantılıdır.

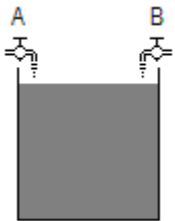
Bu işi, Nalan'ın yapma hızı, Levent'in yapma hızının yarısı kadar olduğuna göre, Levent bu işi x günde bitiriyorsa, Nalan aynı işi 2x günde bitirebilir.

İki beraber bu işi 10 günde bitirebildiklerine göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{1}{10} \Rightarrow 2x = 30$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ olur.}$$

Buna göre, Nalan bu işi tek başına 2. 15 = 30 günde bitirir.

B. Havuz Problemleri

Havuz problemlerini işçi problemleri gibi düşünerek çözeceğiz.

Yandaki şekilde gösterilen havuzu A musluğu tek başına a saatte, B musluğu tek başına b saatte doldursun.

İki musluk birlikte havuzu t saatte doldursun. Buna göre,

A musluğu 1 saatte havuzun $\frac{1}{a}$ kadarını doldurur.

B musluğu 1 saatte havuzun $\frac{1}{b}$ kadarını doldurur.

İki musluk birlikte 1 saatte havuzun $\frac{1}{t}$ kadarını doldururlar.

İki musluğun ayrı ayrı 1 saatte doldurduğu kısımların toplamı, birlikte 1 saatte doldurdukları kısma eşittir.

Buna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{t} \text{ olur.}$$

Bu bağıntı,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \cdot t = 1 \text{ biçiminde de ifade edilebilir.}$$

Örnek:

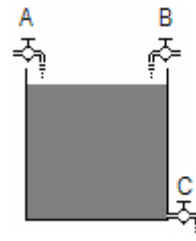
Boş bir havuzu iki musluktan biri tek başına 40 saatte, diğeri tek başına 10 saatte doldurmaktadır.

Buna göre, iki musluk birlikte açıldığında boş havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

İki musluk birlikte boş havuzu x saatte doldursun. Verilenlere göre,

$$\frac{1}{40} + \frac{1}{10} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{5}{40} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 8 \text{ olur.}$$

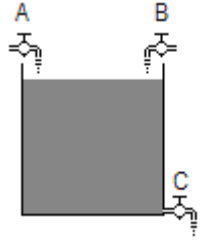
Kural

Yandaki şekilde gösterilen havuzu A musluğu tek başına a saatte, B musluğu b saatte doldursun. C musluğu dolu havuzu tek başına c saatte boşaltsın.

Üç musluk birlikte açıldığında boş havuz t saatte dolsun.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{5}{t} \text{ olur.}$$

Örnek:



Şekildeki boş havuzun tamamını tek başına A musluğu 10 saatte, B musluğu tek başına 15 saatte doldurmaktadır. C musluğu dolu havuzu tek başına 30 saatte boşaltmaktadır.

Buna göre, bu üç musluk havuz boşken birlikte açıldığında havuzun tamamının kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

A musluğu 1 saatte havuzun $\frac{1}{10}$ unu doldurur.

B musluğu 1 saatte havuzun $\frac{1}{15}$ ini doldurur.

C musluğu 1 saatte havuzun $\frac{1}{30}$ unu boşaltır.

Üç musluk birlikte 1 saatte havuzun $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} - \frac{1}{30}$ unu doldururlar.

Üçü beraber boş havuzu x saatte doldursunlar.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} - \frac{1}{30} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3+2-1}{30} = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{4} = 7,5 \text{ olur.}$$

Örnek:

Bir havuzu tek başına; I. Musluk 20 saatte, II. Musluk 30 saatte dolduruyor. III. Musluk ise havuzun tamamını 120 saatte boşaltıyor.

Bu üç musluk birlikte açıldığında havuzun $\frac{3}{5}$ inin kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

Üç musluk birlikte açıldığında havuzun $\frac{3}{5}$ i t saatte dolsun.

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{120} \right) t = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6+4-1}{120} \cdot t = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{120} \cdot t = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow t = \frac{3}{5} \cdot \frac{120}{9} = 8 \text{ olur.}$$

Örnek:

Bir havuzun tamamını tek başına; 1. musluk 30 saatte, 2. musluk 40 saatte dolduruyor. Havuzun dibinde bulunan 3. musluk ise, dolu havuzu tek başına 60 saatte boşaltıyor. 3 musluk kapalıyken 1. ve 2. musluk 10 saat açık kaldıktan sonra 3. musluk da açılıyor.

Buna göre, havuzun tamamının kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

3. musluk açıldıktan sonra havuzun kalan kısmı t saatte dolsun.

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{40} \right) \cdot 10 + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{40} - \frac{1}{60} \right) t = 1$$

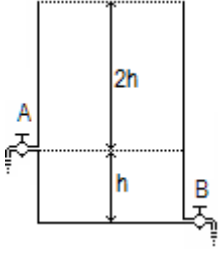
$$\frac{4+3}{120} \cdot 10 + \frac{4+3-2}{120} \cdot t = 1$$

$$\frac{70}{120} + \frac{5t}{120} = 1$$

$$70 + 5t = 120$$

$$t = 10 \text{ olur.}$$

Buna göre, havuzun tamamı $10 + 10 = 20$ saatte dolar.

Örnek:

Şekilde B musluğu dolu havuzu tek başına 30 saatte boşaltmaktadır. A musluğu dolu havuzu tek başına kendi hızına kadar 15 saatte boşaltmaktadır.

Havuz dolu iken iki musluk birlikte açılırsa, dolu havuzun kaç saatte boşalacağını bulalım.

Çözüm:

Havuzun yukarisından itibaren $\frac{2}{3}$ ünün boşalmasında A ve

B musluğu etkili olur. Kalan kısmın boşalmasında sadece B musluğu etkili olur.

Şekildeki 2h yüksekliğine karşılık gelen kısım x saatte, h yüksekliğine karşılık gelen kısım y saatte boşalsın.

Verilenleri denklemdede yerine yazarken havuzun tamamına göre düzenleme yaparız.

Şöyle ki;

2h yüksekliğine karşılık gelen kısım havuzun $\frac{2}{3}$ ü olduğu

için (ve bu kısmın boşaltılmasında A ve B musluğunun ikisi de etkili olduğu için), bu kısmı A musluğu 15 saatte ve B

musluğu $\frac{2}{3} \cdot 30 = 20$ saatte boşaltır.

Buna göre,

$$\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{20}\right) \cdot x = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{7} \text{ olur. ... (I)}$$

h yüksekliğine karşılık gelen kısım havuzun $\frac{1}{3}$ ü olduğu

için (ve bu kısmın boşaltılmasında sadece musluğu etkili

olduğu için), bu kısmı B musluğu $\frac{1}{3} \cdot 30 = 10$ saatte boşaltır.

Buna göre,

$$\frac{1}{10} \cdot y = 1 \Rightarrow y = 10 \text{ olur. ... (II)}$$

Böylece havuz, $\frac{60}{7} + 10 = \frac{130}{7}$ saatte boşalır.

II.Yol

$$\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{20}\right) \cdot x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{60}{7} \text{ ... (I)}$$

$$\frac{1}{30} \cdot y = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 10 \text{ ... (II)}$$

Böylece havuz, $\frac{60}{7} + 10 = \frac{130}{7}$ saatte boşalır.

Örnek:

A musluğu ile B musluğu birlikte boş bir havuzu 12 saatte doldurmaktadır. A musluğunun su akıtma kapasitesi B musluğunun su akıtma kapasitesinin 2 katıdır.

B musluğunun su akıtma kapasitesi 3 katına çıkarılır, A

musluğunun su akıtma kapasitesi $\frac{1}{2}$ oranında azaltılırsa

havuzun kaç saatte dolacağını bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre, B musluğunun su akıtma kapasitesi v ise A musluğunun su akıtma kapasitesi 2v dir.

Musluğun su akıtma kapasitesi ile tek başına havuzu doldurma süresi ters orantılıdır.

Bunun için, A musluğu havuzu tek başına x saatte doldurursa, B musluğu havuzu tek başına 2x saatte doldurur.

Verilenlere göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 18 \text{ olur.}$$

A musluğu 2v kapasiteyle havuzu 18 saatte doldurursa, v kapasiteyle 36 saatte doldurur.

B musluğu v kapasiteyle havuzu 36 saatte doldurursa, 3v kapasiteyle 12 saatte doldurur.

Yapılan değişikliklerden sonra bu iki musluk havuzu t saatte doldursun.

$$\frac{1}{36} + \frac{1}{12} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{4}{36} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = 9 \text{ olur.}$$

Örnek:

A musluğundan birim zamanda akan su miktarı, B musluğundan birim zamanda akan su miktarının 3 katıdır.

Bu iki musluk bir havuzu birlikte 15 saatte doldurabildiğine göre, A musluğunun bu havuzu tek başına kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm:

Verilenlere göre, A musluğunun birim zamanda akıttığı su miktarı: $3x$ ise, B musluğunun birim zamanda akıttığı su miktarı: x tir.

Akan su miktarı ile doldurma süresi ters orantılıdır.

Buna göre, A musluğu havuzu tek başına a saatte doldurabiliyorsa, B musluğu havuzu tek başına $3a$ saatte doldurur.

Buna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{3a} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{3+1}{3a} = \frac{1}{15} \Rightarrow a = 20 \text{ olur.}$$

II.Yol

A musluğunun birim zamanda akıttığı su miktarı $3x$ ise, B musluğunun birim zamanda akıttığı su miktarı x tir.

Havuzu A musluğu tek başına t saatte doldursun.

Buna göre,

$3x + x$ birim su ile	15 saatte doluyorsa
$3x$ birim su ile	t saatte dolar
Ters Orantı	

$$4x.15 = 3x.t \Rightarrow t = 20 \text{ olur.}$$

Örnek:

Üç musluk bir havuzu sırasıyla; x , y , z saatte doldurabilmektedir. Üçü birlikte aynı havuzu 8 saatte doldurabilmektedir.

$$x < y < z$$

olduğuna göre, z nin hangi değerleri alabileceğini (ya da hangi değerleri alamayacağını) bulalım.

Çözüm:

Üç musluk birlikte aynı havuzu 8 saatte doldurabildiğine göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8} \text{ olur. ... (I)}$$

$x < y < z$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{x} > \frac{1}{y} > \frac{1}{z} \text{ dir. ... (II)}$$

$\frac{1}{x}$ ve $\frac{1}{y}$ kesirleri $\frac{1}{z}$ den büyük olduğuna göre, (I)

denkleminde $\frac{1}{x}$ ve $\frac{1}{y}$ yerine $\frac{1}{z}$ yazılırsa, toplam $\frac{1}{8}$ den

küçük olur. Çünkü (I) denkleminin sağ tarafındaki iki değişken yerine, bu değerlerden daha küçük olanı yazıldı. Böylece denklemin sol tarafı, sağ tarafından daha küçük oldu. Eşitlik eşitsizliğe dönüştü.

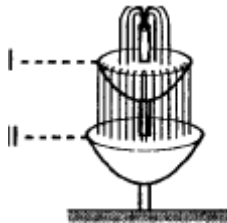
Buna göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8} \text{ ise } \frac{1}{z} + \frac{1}{z} + \frac{1}{z} < \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{3}{z} < \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow z > 24 \text{ olur.}$$

Buna göre, z nin değeri 24 ten büyük olmalıdır. Diğer bir ifadeyle, z nin değeri 24 e eşit ya da 24 ten küçük olmamalıdır.

Örnek:



Şekildeki I. Havuz fiskiyeden akan, diğeri de üstteki havuzdan taşan su ile dolmaktadır. Havuzların hacmi sırasıyla $2v$ ve $5v$ dir.

I. havuz 2 saatte dolduğuna göre, fiskiyeden 6 saat su aktığında II. Havuzun kaçta kaçının dolacağını bulalım.

Çözüm:

2v hacimli havuz 2 saatte doluyorsa, 5v hacimli havuz 5 saatte dolar.

Fiskiyeden 6 saat su aktığına göre, II. Havuza

$6 - 2 = 4$ saat su akar.

II. havuzun tamamı 5 saatte dolacağına göre, 4 saatte $\frac{4}{5}$ i dolar.

Çözümlü Sorular

1. Bir işi tek başına; Çiğdem 20 günde, Lale 30 günde, Nilüfer 60 günde bitirebiliyor.

Buna göre, üçü birlikte aynı işin $\frac{2}{5}$ ini kaç günde bitirebilirler?

Çözüm:

İşin $\frac{2}{5}$ ini üçü birlikte t günde bitirsinler. Buna göre,

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60}\right) \cdot t = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{6}{60} \cdot t = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} \cdot t = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow t = 4 \text{ olur.}$$

2. Bir havuzu üç musluk yalnız başına sırasıyla 6, 8 ve 12 saatte dolduruyor.

Bu üç musluk 2 saat açık kaldığında havuzda 6000 litre su biriktiğine göre, havuzun tamamı kaç litreliktir?

Çözüm:

Üç musluk 2 saat açık kalırsa verilenlere göre havuzun,

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right) \cdot 2 = \left(\frac{4+3+2}{24}\right) \cdot 2 = \frac{3}{4} \text{ ü dolar.}$$

$\frac{3}{4}$ ü 6000 litre su alan havuzun tamamı 8000 litre su alır.

3. Bir işi, Serken ile Gürkan 30 saatte; Gürkan ile Birkan 40 saatte; Serkan ile Birkan 60 saatte yapabiliyorlar.

Buna göre, Serkan bu işin tamamını tek başına kaç saatte yapabilir?

Çözüm:

Bu işi, Serkan tek başına x saatte, Gürkan tek başına y saatte, Birkan tek başına z saatte yapsın.

Verilenlere göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \dots (I)$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{40} \dots (II)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{60} \dots (III) \text{ olur.}$$

Bu üç denklem taraf tarafa toplanır,

$$2 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{9}{120}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{9}{240} \dots (IV) \text{ olur.}$$

(IV) denklemden (II) denklemini taraf tarafa çıkarılırsa, $x = 80$ bulunur.

4. Boş bir havuzu A musluğu ile B musluğu birlikte 20 saatte doldurabiliyor. Aynı havuzu, doluyken C musluğu 30 saatte boşaltabilmektedir.

Buna göre, üç musluk birlikte açıldığında havuz kaç saatte dolar?

Çözüm:

Boş havuzu A musluğu ile B musluğu birlikte 20 saatte doldurabildiğine göre, bu iki musluk 20 saatte doldurma işlevi yapan tek musluk gibi düşünülebilir.

Bu durumda sistem, 20 saatte dolduran bir musluk ve 30 saatte boşaltan bir musluktan oluşur.

Musluklar birlikte açıldığında boş havuz x saatte dolsun. Verilenlere göre,

$$\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 60 \text{ olur.}$$

5. Sertaç bir işi yalnız başına 12 günde, Nalan ise 18 günde yapabilmektedir. Sertaç 7 gün, Nalan 5 gün çalışırsa işin ne kadarı biter?

Çözüm:

Bu işin;

$$\text{Sertaç 1 günde } \frac{1}{12} \text{ sini, 7 günde } \frac{7}{12} \text{ sini,}$$

$$\text{Nalan 1 günde } \frac{1}{18} \text{ ini, 5 günde } \frac{5}{18} \text{ ini yapar.}$$

Sertaç 7 gün ve Nalan 5 gün çalışırsa işin;

$$\frac{7}{12} + \frac{5}{18} = \frac{21+10}{36} = \frac{31}{36} \text{ sini bitirirler.}$$

6. Ali ile Burak, birlikte çalışarak 6 saatte bitirebilecekleri bir işi yapmaya başlıyorlar. İki birlikte 2 saat çalıştıktan sonra Ali işi bırakıyor.

Geriye kalan işi Burak 8 saatte bitirdiğine göre, bu işin tamamını Burak tek başına kaç saatte bitirebilir?

Çözüm:

Ali bu işi a saatte, Burak bu işi b saatte bitirebilsin. Ali ile Burak birlikte çalışarak 6 saatte bitirebildiklerine göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6} \dots (I)$$

Ali ile Burak bu işi yapmaya başlıyorlar, ikisi birlikte 2 saat çalıştıktan sonra Ali işi bırakıyor. Geriye kalan işi 8 saatte bitirdiğine göre,

$$\frac{2}{a} + \frac{2+8}{b} = 1 \dots (II) \text{ olur.}$$

(I) ve (II) denklemlerinin ortak çözümünden, b = 12 bulunur.

7. Bir usta 4 günde 5 takım elbise, bir kalfa ise 5 günde 2 takım elbise dikebiliyor.

İkisi birlikte 99 takım elbiseyi kaç günde dkebilir?

Çözüm:

Bir usta 4 günde 4 takım elbise dikerse 4.5= 20 günde 5.5 = 25 takım elbise diker.

Bir kalfa 5 günde 2 takım elbise dikerse 4.5 = 20 günde 2.4 = 8 takım elbise diker.

Buna göre, ikisi birlikte 20 günde 25 + 8 = 33 takım elbise dikerler.

İkisi birlikte 33 takım elbiseyi 20 günde diktiklerine göre, 99 takım elbiseyi 60 günde dikerler.

8. Bir ustanın 24 dakikada yaptığı bir işi, bir çırak 96 dakikada yapabilmektedir. Bu işi yapmaya önce usta başlayarak 16 dakika çalışmış, sonra kalan işi çırak tek başına bitirmiştir.

Buna göre, çırak kaç dakika çalışmıştır?

Çözüm:

Ustanın işi bitirme süresi 24 dakika ve

Çırağın işi bitirme süresi 96 dakikadır.

Usta 16 dakika, çırak da x dakika çalıştığında iş bittiğine göre,

$$\frac{16}{24} + \frac{x}{96} = 1 \Rightarrow \frac{4.2416+x}{96} = 1 \Rightarrow x = 32 \text{ olur.}$$

9. Kütleli 5 kg olan bir bidon, birinci makinede 2 dakikada, ikinci makinede 4 dakikada ve üçüncü makinede 6 dakikada üretiliyor.

Toplam 440 kg bidon üretildiği anda makineler durduruluyor. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Birinci makinede 48 bidon üretilmiştir.
B) İkinci makinede 24 bidon üretilmiştir.
C) Üçüncü makinede 16 bidon üretilmiştir.
D) Makinelerde toplam 88 bidon üretilmiştir.
E) Üç makine birlikte 1 bidonu 1,2 dakikada üretmiştir.

Çözüm:

Üç makinede toplam

$$\frac{440}{5} = 88 \text{ bidon üretilmiştir.}$$

Plastik bir bidon, birinci makinede 2 dakikada, ikinci makinede 4 dakikada ve üçüncü makinede 6 dakikada üretildiğine göre, bu üç makine birlikte bir bidonu,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{12}{11} \text{ dakikada üretir.}$$

Buna göre 88 bidon, $88 \cdot \frac{12}{11} = 96$ dakikada üretilir.

Bu durumda;

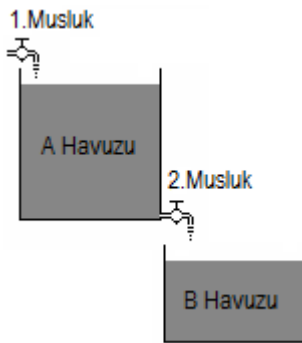
$$\text{Birinci makine } \frac{96}{2} = 48 \text{ bidon,}$$

$$\text{İkinci makine } \frac{96}{4} = 24 \text{ bidon,}$$

$$\text{Üçüncü makine } \frac{96}{6} = 16 \text{ bidon üretti.}$$

Bu durumda E seçeneğinde verilen "Üç makine birlikte 1 bidonu 1,2 dakikada üretmiştir." ifadesi yanlıştır.

10.



Şekildeki A havuzunun hacmi, B havuzunun hacminin 2 katıdır. 2. Musluk, birim zamanda

1. Musluğun $\frac{1}{2}$ si kadar su akıtmaktadır. Havuzlar boş iken musluklar aynı anda açılıyor. B havuzu dolduğu anda, A havuzunun kaçta kaçta dolar?

Çözüm:

B havuzunun hacmi x birim küp olsun.

Bu durumda A havuzunun hacmi 2x birim küp olur.

2. musluk 1. Musluğun $\frac{1}{2}$ si kadar su akıtacağına göre,

1. musluktan akan suyun $\frac{1}{2}$ si B havuzuna, $\frac{1}{2}$ si A havuzuna gidecektir.

Bu durumda B havuzuna ne kadar su dolarsa A havuzuna da aynı miktarda su dolacaktır.

Soruda B havuzu dolduğunda A havuzunun durumu soruluyor.

B havuzuna x birim küp su akınca A havuzuna da x birim küp su dolacaktır.

Bu da A havuzunun yarısının dolması demektir.

11. Bir işi tek başına; Çiğdem 20 günde, Lale 30 günde, Nilüfer 60 günde bitirebiliyor.

Buna göre, üçü birlikte aynı işi kaç günde bitirebilirler?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

12. Bir işi tek başına; Ahmet x saatte, Hamdi 2x saatte, Hakan 3x saatte bitirebiliyor.

Üçü birlikte aynı işi 12 saatte bitirebildiklerine göre, x kaçtır?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{6+3+2}{6x} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{6x} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 22 \text{ dir.}$$

13. Bir işi tek başına; Ahmet 8 saatte, Hamdi 12 saatte, Hakan 24 saatte bitirebiliyor.

Üçü birlikte x saat çalıştıklarında işin $\frac{5}{8}$ i bittiğine göre, x kaçtır?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}\right).x = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{3+2+1}{24}.x = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{24}.x = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ dir.}$$

14. Bir işi; Sevgi ile Barış a günde, Barış ile Umud b günde, Umud ile Sevgi c günde bitirebiliyor.

Buna göre, bu işi Sevgi kaç günde bitirebilir?

Çözüm:

Bu işi tek başına; Sevgi x günde, Barış y günde, Umud z günde bitirsin.

Verilenlere göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a} \dots (I)$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{b} \dots (II)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{c} \dots (III) \text{ olur.}$$

Bu üç denklem taraf tarafa toplanır,

$$2.\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} \dots (IV) \text{ olur.}$$

(IV) denkleminde (II) denklemini taraf tarafa çıkarılırsa,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c}$$

$$x = \frac{2abc}{bc - ac + ab} \text{ olur.}$$

15. A musluğu ile B musluğu birlikte boş bir havuzu 6 saatte doldurmaktadır. A musluğunun su akıtma kapasitesi B musluğunun su akıtma kapasitesinin $\frac{2}{3}$ katıdır.

A musluğunun su akıtma kapasitesi $\frac{1}{3}$ oranında

azaltılır, B musluğunun su akıtma kapasitesi $\frac{1}{3}$ oranında azaltılırsa havuz kaç saatte dolar?

Çözüm:

B musluğunun su akıtma kapasitesi v ise A musluğunun su akıtma kapasitesi $\frac{2v}{3}$ tür.

Musluğun su akıtma kapasitesi ile havuzu doldurma süresi ters orantılıdır.

Bunun için, B musluğu havuzu x saatte doldurursa, A musluğu $\frac{3x}{2}$ saatte doldurur.

Verilenlere göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3x}{2}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{3+2}{3x} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

A musluğu $\frac{2v}{3}$ kapasiteyle havuzu $\frac{3x}{2} = \frac{3.10}{2} = 15$ saatte

doldurursa, (A musluğunun su akıtma kapasitesi $\frac{1}{3}$

oranında azaltıldığı için) $\frac{v}{3}$ kapasiteyle 30 saatte doldurur.

B musluğu v kapasiteyle havuzu 10 saatte doldurursa, (B musluğunun su akıtma kapasitesi $\frac{1}{3}$ oranında azaltıldığı

için) $\frac{2v}{3}$ kapasiteyle 15 saatte doldurur.

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{3}{30} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = 10$$

Buna göre, havuz 10 saatte dolar.

16. Hacmi v litre olan bir havuza dakikada a litre su akmaktadır.

Havuzun $\frac{2}{5}$ inin kaç dakikada dolacağını bulunuz.

Çözüm:

Hacmi v litre olan bir havuza dakikada a litre su akmakta olduğuna göre, havuz $\frac{v}{a}$ dakika sonra tamamen dolar.

Havuzun $\frac{2}{5}$ i t dakika sonra dolsun.

Buna göre,

$$\begin{array}{r} \frac{v}{a} \text{ dakikada} \quad 1 \text{ (tamam)} \\ t \text{ dakikada} \quad \frac{2}{5} i \\ \hline \text{Doğru Orantı} \end{array}$$

$$\frac{v}{a} \cdot \frac{2}{5} = t \cdot 1 \Rightarrow t = \frac{2v}{5a} \text{ olur.}$$

17. Yıldırım'ın çalışma hızı, Tuğrul'un çalışma hızının 3 katıdır. Beyazıt'ın çalışma hızı Tuğrul'un çalışma hızının 2 katıdır. Bir işi üçü birlikte 10 günde yapabilmektedirler.

Buna göre, bu işi tek başına Tuğrul kaç günde yapabilir?

Çözüm:

Tuğrul'un çalışma hızı v olsun.

Yıldırım'ın çalışma hızı, Tuğrul'un çalışma hızının 3 katı olduğu için, Yıldırım'ın çalışma hızı 3v dir.

Beyazıt'ın çalışma hızı Tuğrul'un çalışma hızının 2 katı olduğu için, Beyazıt'ın çalışma hızı 2v dir.

Çalışma hızı ile işi bitirme süresi ters orantılıdır.

Buna göre, Tuğrul'un işi tek başına tamamlama süresi: x ise, Yıldırım'ın işi tek başına tamamlama süresi $\frac{x}{3}$ ve

Beyazıt'ın işi tek başına tamamlama süresi $\frac{x}{2}$ olur.

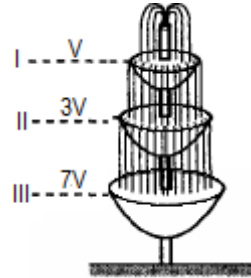
İş üçü birlikte 10 günde yapabildiklerine göre,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{3}} + \frac{1}{\frac{x}{2}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{3}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 60 \text{ olur.}$$

Buna göre, Tuğrul'un işi tek başına tamamlama süresi 60 gündür.

18.



Şekildeki I.havuz fışkiyeden akan, diğerleri de üstteki havuzdan taşan su ile dolmaktadır. Havuzların hacmi sırasıyla V, 3V ve 7V dir.

I. havuz 2 saatte dolduğuna göre, fışkiyeden 14 saat su aktığında III. Havuzun kaçta

kaçı dolmuş olur?

Çözüm:

V hacimli havuz 2 saatte doluyorsa, 3V hacimli havuz 6 saatte, 7V hacimli havuz 14 saatte dolar.

Buna göre,

I. ve II. Havuz 2 + 6 = 8 saatte dolar.

Fışkiyeden 14 saat su aktığına göre,

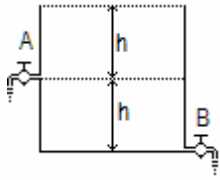
III. havuza

14 – 8 = 6 saat su akar.

III. havuzun tamamı 14 saatte dolacağına göre,

$$6 \text{ saatte } \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \text{ si dolar.}$$

19.



Şekildeki B musluğu dolu havuzu tek başına 12 saatte boşaltmaktadır. Havuz yüksekliğinin yarı hizasında bulunan A musluğu dolu havuzu tek başına kendi hizasına kadar 6 saatte boşaltmaktadır.

Havuz dolu iken iki musluk birlikte açılırsa, dolu havuz kaç saatte boşalır?

Çözüm:

Dolu havuzdaki suyun yukarisından itibaren yarısının boşalmasında A ve B muslukları birlikte etkili olur. Kalan suyun boşalmasında sadece B musluğu etkili olur.

Havuzun (yukarıdan itibaren) yarısını B musluğu 6 saatte boşaltır. Havuzun (yukarıdan itibaren) yarısını A ve B muslukları birlikte x saatte boşaltsın. Buna göre,

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 3 \text{ olur.}$$

Havuzun (kalan) yarısı B musluğu ile y saatte boşaltılsın.

Buna göre,

$$\frac{1}{12} \cdot y = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 6 \text{ olur.}$$

Böylece havuz, 3 + 6 = 9 saatte boşalır.

20. Boş bir su deposunu, bir borudan akan su 2 günde dolduruyor. Diğer bir boru, dolu olan bu depodaki suyu, bu deponun iki katı büyüklüğündeki başka bir depoya 3 günde boşaltıyor.

Depolar boş iken iki boruya birden su verildiğinde, aşağıdaki durumlardan hangisi gerçekleşir?

- A) Küçük su deposu 3 günde dolar.
- B) Küçük su deposunun yarısı dolduğunda, büyük su deposunun tamamı dolar.
- C) Küçük su deposu daha dolmadan, büyük su deposu dolar.
- D) Küçük su deposu dolduğunda, büyük su deposunun üçte biri dolmuş olur.
- E) Küçük su deposunun tamamı dolduğunda, büyük su deposunun tamamı dolar.

Çözüm:

I. deponun hacmi v litre olsun.

Bu durumda, II. Deponun hacmi 2v litre olur.

I. depoyu, bir borudan akan su 2 günde dolduruyor. Diğer boru, dolu olan bu depodaki suyu, bu deponun iki katı büyüklüğündeki başka bir depoya 3 günde boşalttığına göre;

I. depo,

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 6 \text{ günde dolar.}$$

2. boru v litre hacimli depoyu 3 günde II. Depoya boşalttığına göre, 2v hacimli olan bu depo 6 günde dolmuş olur.

Bu durumda; E seçeneğindeki

“Küçük su deposunun tamamı dolduğunda, büyük su deposunun tamamı dolar.” İfadesi doğru olmuş olur.

21. İçinde bir miktar su bulunan bir beldenin su deposunu, aynı miktarda su akıtan iki boru 6 günde dolduruyor. Beldeye su veren ve diğer borularla aynı miktarda su akıtan üçüncü bir boru da dolu olan bu depoyu 18 günde boşaltıyor.

Buna göre, deponun kaçta kaç su ile doluydu?

Çözüm:

İçinde bir miktar su bulunan bir beldenin su deposunu, aynı miktarda su akıtan iki boru 6 günde doldurduğuna göre, bir boru 12 günde doldurur.

Beldeye su veren ve diğer borularla aynı miktarda su akıtan üçüncü bir boru da dolu olan bu depoyu 18 günde boşalttığına göre depoda ilk durumda bulunan su miktarı

18 – 12 = 6 günde dolacak kadardır..

Buna göre, deponun ilk durumunda;

$$\frac{6}{18} = \frac{1}{3} \text{ ü su ile doluydu.}$$

22. Bir işi, yalnız başına; Turgut 4 günde, Mert 6 günde, Kemal 8 günde, Cengiz 12 günde, Ayşe 24 günde bitiriyor. Beşi birlikte bir gün çalıştıktan sonra, üç kişi işi bırakıyor. Kalan iş 2 günde bitirildiğine göre, bu işi kim bitirmiştir?

Çözüm:

İşi son bitiren kişi x günde bitirmiş olsun.

Buna göre soruda verilen ifadenin denklemini kuralım.

$$1. \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} \right) + 2. \frac{1}{x} = 1$$

$$\frac{6+4+3+2+1}{24} + \frac{2}{x} = 1$$

$$\frac{16}{24} + \frac{2}{x} = 1$$

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{x} = 1$$

$$\frac{2}{x} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{3}$$

$$x = 6 \text{ olur.}$$

İşi son bitiren kişi 6 günde bitirdiğine göre, bu işi Mert bitirmiştir.

23. Bir kilim makineyle 6 saatte, elle 30 saatte dokunmaktadır. Bir işçi kilimi dokumaya önce makineyle başlayarak 4 saat çalışmış, sonra elle devam ederek kilimi tamamlamıştır.

Buna göre, işçi elle kaç saat dokumuştur?

Çözüm:

Bir kilim makine ile 6 saatte dokunabiliyorsa 4 saatte,

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ ü dokunmuştur.}$$

Bu kilimin tamamı elle 30 saatte dokunabildiğine göre,

geriye kalan $\frac{1}{3}$ ü $30 \cdot \frac{1}{3} = 10$ saatte dokunur.

24. Özdeş üç musluk bir havuzu dolduracaktır. Muslukların biri açıldıktan 1 saat sonra ikincisi, ikincisi açıldıktan 2 saat sonra da üçüncüsü açılıyor.

Havuz, toplam 4 saatte dolduğuna göre, musluklardan bir tanesi havuzun tamamını kaç saatte doldurur?

Çözüm:

Üç musluktan herhangi biri boş havuzu x saatte doldursun.

Verilenlere göre;

Musluklardan birincisi 4 saat, ikincisi 3 saat, üçüncüsü 1 saat açık kalmıştır.

Buna göre,

$$4. \frac{1}{x} + 3. \frac{1}{x} + 1. \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{8}{x} = 1 \Rightarrow x = 8 \text{ olur.}$$

25. Cüneyt bir işin $\frac{1}{4}$ ünü 5 saatte, Hatice aynı işin $\frac{1}{2}$ sini 15 saatte yapıyor.

Buna göre, bu işin tamamını ikisi birlikte kaç saatte yaparlar?

Çözüm:

Cüneyt işin tamamını tek başına $4.5 = 20$ saatte,

Hatice işin tamamını tek başına $2.15 = 30$ saatte yapar.

İkisi birlikte işin tamamını

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{5}{60} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ saatte bitirirler.}$$

KONU BİTMİŞTİR.