ORAN VE ORANTI

A. ORAN

En az biri sıfırdan farklı olmak üzere, birimleri aynı olan iki çokluğun bölümüne (karşılaştırılmasına) oran denir.

Örnek:

7 metrenin, 8 metreye oranı,

$\frac{7\,m}{8\,m}=\frac{7}{8}$ dir.

Örnek:

4 kilogramın 7 metreye oranı söz konusu olamaz.

Yani $\frac{4\,kg}{7\,m}$ ifadesi bir oran belirtmez.

Uyarı

- Oranlanan çokluklardan ikisi aynı anda sıfır olamaz.
- Oranlanan çoklukların birimleri aynı tür olmalıdır.
- Oranın sonucu birimsizdir.

Örnek:

40 kg suya 10 kg şeker karıştırılarak bir şeker-su karışımı elde ediliyor.

Bu karışımdaki şekerin tüm karışıma oranını bulalım.

Çözüm:

Bu 50 kg lık şeker-su karışımının 10 kg ı şeker olduğu için şekerin tüm karışıma oranı,

$\frac{10\,kg}{50\,kg}=\frac{1}{5}$ tir.

Oranın Özellikleri

1. Kesirde olduğu gibi, oranın da payı ve paydası sıfırdan farklı bir sayı ile genişletilebilir.

$$\frac{a}{b}=\frac{a.c}{b.c}\ ,\ c\neq 0$$

2. Kesirde olduğu gibi, oranın da payı ve paydası sıfırdan farklı bir sayı ile sadeleştirilebilir.

$$\frac{a}{b}=\frac{a:c}{b:c}\ ,\ c\neq 0$$

B. ORANTI

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ eşitliğine ikili orantı,

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=k$ eşitliğine üçlü orantı,

k ' ye orantı sabiti (kat sayısı) denir.

Örnek:

$\frac{6}{4}=\frac{12}{8}$ eşitliği bir orantı gösterir.

Sonuç

1. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ orantısı $a:c:e=b:d:f$ biçiminde de gösterilebilir.

2. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ orantısı $a:b=c:d$ biçiminde de gösterilebilir.

   Bu orantıda; a ve d ye dışlar, b ve c ye içler denir.

Orantının Özellikleri

1. Bir orantıda içler çarpımı dışlar çarpımına eşittir.

   $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ise $a.d=b.c$ dir.

2. Bir orantıda içler yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \text{ ise } \frac{a}{c}=\frac{b}{d} \text{ dir.}$$

3. Bir orantıda dışlar yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \text{ ise } \frac{d}{b}=\frac{c}{a} \text{ dır.}$$

4. $m \neq 0$ ve $n \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \text{ ise } \frac{m.a+n.c}{m.b+n.c}=k \text{ dir.}$$

Örnek:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=2$ olduğuna göre, $\frac{a.c.e}{b.d.f}$ oranının değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a.c.e}{b.d.f}=\frac{a}{b}.\frac{c}{d}.\frac{e}{f}=2.2.2=8$$

Örnek:

$\frac{2a-3b}{a+4b}=\frac{1}{3}$ olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranının değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{2a-3b}{a+4b}=\frac{1}{3} \text{ ise } \Rightarrow 3.(2a-3b)=1.(a+4b)$$

$$\Rightarrow 6a-9b=a+4b$$

$$\Rightarrow 6a-a=4b+9b$$

$$\Rightarrow 5a=13$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{5}{13} \text{ tür.}$$

Örnek:

$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ ve $2x-3y+z=8$ olduğuna göre,

$x+y+z$ toplamının bulalım.

Çözüm:

$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=k$ olsun. Buna göre,

$\frac{x}{3}=k$ ise $x=3k$

$\frac{y}{4}=k$ ise $y=4k$

$\frac{z}{5}=k$ ise $z=5k$ olur.

x,y,z nin bu değerleri $2x-3y+z=8$ eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$2.3k-3.4k+5k=8 \Rightarrow 6k-12k+5k=8 \Rightarrow k=-8 \text{ dir.}$$

Buradan,

$$x+y+z=3k+4k+5k=12k=12.(-8)=-96 \text{ bulunur.}$$

2.Yol

Orantının 4. özelliğini kullanalım.

$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=k$ olsun.

Bu durumda,

$$\frac{2.x}{2.3}=\frac{-3.y}{-3.4}=\frac{z}{5}=k \text{ ise } \frac{2x-3y+z}{2.3-3.4+5}=k$$

$$\frac{8}{6-12+5}=k$$

$$\frac{8}{-1}=k \Rightarrow k=-8 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$x + y + z = 3k + 4k + 5k = 12k = 12.(-8) = -96$ bulunur.

Örnek:

$\frac{0,25}{0,5} = \frac{0,04}{x}$ orantısını sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm:

$\frac{0,25}{0,5} = \frac{0,04}{x}$ ise $\frac{x}{0,5} = \frac{0,04}{0,25} \Rightarrow \frac{x}{0,5} = \frac{4}{25}$

$\Rightarrow 25x = 4.0,5$

$\Rightarrow 25x = 2$

$\Rightarrow x = \frac{2}{25} = 0,08$ olur.

Örnek:

$\frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\frac{a-b}{b}$ orantısının değerini bulalım.

Çözüm:

Verilen orantıda içler dışlar çarpımı yaparsak,

$\frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}$ ise $3a = 2a + 2b \Rightarrow a = 2b$ olur.

Buna göre,

$\frac{a-b}{b} = \frac{2b-b}{b} = \frac{b}{b} = 1$ olur.

Örnek:

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{4}{c}$ olduğuna göre, $(a+b).c$ işleminin sonucu

kaçtır?

Çözüm:

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{4}{c}$ ise $\frac{a+b}{2+3} = \frac{4}{c} \Rightarrow \frac{a+b}{5} = \frac{4}{c}$

$\Rightarrow (a+b).c = 5.4 = 20$ dir.

Örnek:

$\frac{2}{x} = \frac{3}{y}$ ve $x^2 + y^2 = 117$ olduğuna göre, $x.y$ çarpımı

kaçtır?

Çözüm:

$\frac{2}{x} = \frac{3}{y} = k$ olsun.

Buna göre, $x = \frac{2}{k}$ ve $y = \frac{3}{k}$ olur.

Bu değerler verilen denklemde yerine yazılarak k bulunup sonuca gidilir.

$x^2 + y^2 = 117$ ise $(\frac{2}{k})^2 + (\frac{3}{k})^2 = 117$

$\frac{4}{k^2} + \frac{9}{k^2} = 117 \Rightarrow \frac{13}{k^2} = 117$

$\Rightarrow \frac{1}{k^2} = 9$ dur.

$x.y = \frac{2}{k}.\frac{3}{k} = 6.\frac{1}{k^2} = 6.9 = 54$ bulunur.

Örnek:

a, b, c, d ve k sıfırdan farklı birer reel sayıdır.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ ve $\frac{5+2c}{nb+2d} = k$

olduğuna göre, n nin değerini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{5+2c}{nb+2d}=k \ \dots (\text{I})$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \text{ ise } \frac{na}{nb}=\frac{2c}{2d}=k \Rightarrow \frac{na+2c}{nb+2d}=k \ \dots (\text{II})$$

(I) ve (II) orantılarının sağ tarafları eşit olduğu için, sol tarafları da eşittir.

$$\frac{na+2c}{nb+2d}=\frac{5+2c}{nb+2d} \text{ ise } na=5 \Rightarrow n=\frac{5}{a} \text{ olur.}$$

Örnek:

$$\frac{a+2}{3}=\frac{b-3}{4}=\frac{c+5}{2}=2$$

olduğuna göre $a+b+c$ toplamının sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$\frac{a+2}{3}=\frac{b-3}{4}=\frac{c+5}{2}=2$$

$$\frac{a+2+b-3+c+5}{3+4+2}=2$$

$$\frac{a+b+c+4}{9}=2$$

$$a+b+c+4=9.2=18$$

$$a+b+c=18-4=14 \text{ olur.}$$

Örnek:

$$2a=3b \text{ ve } 3a=4c$$

olduğuna göre $\frac{a+b}{b+c}$ oranın bulalım.

Çözüm:

$$2a=3b \text{ ise } \frac{a}{b}=\frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$$3a=4c \text{ ise } \frac{a}{c}=\frac{4}{3} \text{ tür.}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{2}=\frac{3.4}{2.4}=\frac{12}{8} \ \dots (\text{I})$$

$$\frac{a}{c}=\frac{4}{3}=\frac{4.3}{3.3}=\frac{12}{9} \ \dots (\text{II})$$

(I) ve (II) eşitliklerinden,

$a=12k$, $b=8k$, $c=9k$ olur.

Buna göre,

$$\frac{a+b}{b+c}=\frac{12k+8k}{8k+9k}=\frac{20k}{17k}=\frac{20}{17} \text{ bulunur.}$$

C. ORANTILI ÇOKLUKLAR

1. Doğru Orantılı Çokluklar

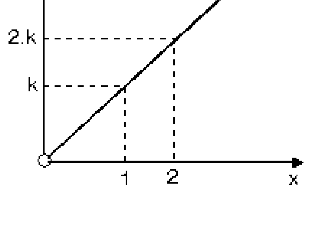
Orantılı iki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk doğru orantılıdır denir.

x ile y doğru orantılı ve k pozitif bir doğru orantı sabiti olmak üzere,

$\frac{y}{x}=k$ veya $y=k.x$ ifadesine doğru orantının denklemi denir.

Bu denklemin grafiği aşağıdaki gibidir.

x	1	2	3	4	...
y	k	2k	3k	4k	...



Örnek:

Manavın 1 demet maydanozu 35 YKr ye sattığını düşünelim

2 demet maydanoz alırsak 2.35 = 70 YKr,

3 demet maydanoz alırsak 3.35 =105 YKr ödememiz gerekir.

Yani, alacağımız maydanoz demeti arttıkça, ödeyeceğimiz para da orantılı olarak artmaktadır.

Bu durumda, maydanoz demeti çokluğu ile manava ödenecek para çokluğu doğru orantılıdır denir.

Burada, orantılı olarak artmaktan (ya da azalmaktan) kastımız; her durumda ödenen para miktarının maydanoz demeti sayısına oranının sabit olmasıdır.

$$\frac{35}{1}=\frac{70}{2}=\frac{105}{3}=...=35$$

Bu örnekteki maydanoz demetinin çokluğu ile para çokluğunun orantı sabiti 35 tir.

Kural

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile orantılı (doğru orantılı) iseler,

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=k \text{ dir.}$$

Örnek:

a ile b çoklukları doğru orantılı olarak değişmektedir.

$a=6$ iken $b=4$ olduğuna göre, $a=18$ iken b nin kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

a ile b doğru orantılı olduğuna göre, $\frac{a}{b}=k$ dir.

$a=6$ ve $b=4$ iken k (orantı sabiti) değerini bulalım

$$k=\frac{a}{b}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2} \text{ dir.}$$

$a=18$ iken b nin değeri,

$$\frac{a}{b}=k \text{ ise } \frac{18}{b}=\frac{3}{2} \Rightarrow 3.b=18.2$$

$$\Rightarrow b=6.2=12 \text{ dir}$$

Örnek:

a, b, c sayıları sırasıyla $3,8,5$ sayıları ile orantılıdır.

$a+b-c=12$

olduğuna göre a sayısını bulalım.

Çözüm:

k orantı sabiti olmak üzere, a, b, c sayıları sırasıyla $3,8,5$ sayıları ile orantılı olduğuna göre,

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{8}=\frac{c}{5}=k \text{ dır.}$$

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{8}=\frac{c}{5}=k \text{ ise } \frac{a+b-c}{3+8-5}=k$$

$$\frac{12}{6}=k \Rightarrow k=2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

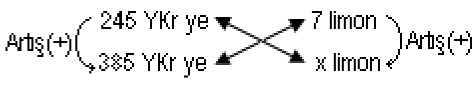
$$\frac{a}{3}=k \text{ ise } \frac{a}{3}=2 \Rightarrow a=3.2=6 \text{ dır.}$$

Örnek:

7 tane limon 245 YKr olduğuna göre, 385 YKr ye kaç tane limon alınabileceğini bulalım.

Çözüm:

Alınacak limon sayısı ile para miktarı arasında doğru orantı vardır. Buna göre, alınabilecek limon sayısı x olsun.



Doğru Orantı

$$245.x=7.385 \Rightarrow 245x=2695 \Rightarrow x=11 \text{ dir.}$$

Örnek:

m tanesi n YTL den satılan simitlerden 5 tanesi satın alınarak p YTL ödeniyor.

Buna göre, m, n ve p sayıları arasındaki bağıntıyı bulalım.

Çözüm:

Simit sayısı ile ödenen para miktarı doğru orantılıdır.

m tane — n YTL
5 tane — p YTL

Doğru Orantı

$m.p = 5.n$ olur.

Örnek:

Bir miktar para 6, 8 ve 10 yaşlarındaki üç kardeşe yaşları ile orantılı olarak dağıtılıyor.

6 yaşındaki kardeşe verilen para 24 YTL olduğuna göre, dağıtılan paranın kaç YTL olduğunu bulalım.

Çözüm:

8 ve 10 yaşlarındaki kardeşlere verilen para sırasıyla a YTL ve b YTL olsun. Para kardeşlere yaşları ile orantılı olarak dağıtıldığı için sorunun çözümünde doğru orantı kullanılacaktır.

Verilenlere göre,

$\frac{24}{6} = \frac{a}{8} = \frac{b}{10}$ ise $4 = \frac{a}{8} = \frac{b}{10}$ olur.

Bu durumda,

8 yaşındaki kardeşe verilen para,

$\frac{a}{8} = 4 \Rightarrow a = 8.4 = 32$ YTL dir.

10 yaşındaki kardeşe verilen para,

$\frac{b}{10} = 4 \Rightarrow b = 4.10 = 40$ YTL dir.

Buna göre, dağıtılan para,

$24 + 32 + 40 = 96$ YTL dir.

Örnek:

Bir işçi 12 saat çalışarak bir işin $\frac{2}{5}$ ini bitirebiliyor.

Buna göre, aynı çalışma hızıyla bu işin $\frac{5}{6}$ sını kaç saatte bitirebileceğini bulalım.

Çözüm:

İşçinin çalışma süresi arttıkça biten iş miktarı da artacaktır.

Buna göre, çalışma süresi ile biten iş miktarı doğru orantılıdır. Bu durumda,

12 saat — $\frac{2}{5}$ iş
a saat — $\frac{5}{6}$ iş

Doğru Orantı

$a.\frac{5}{6} = 12.\frac{2}{5} \Rightarrow a = 25$ olur.

Örnek:

a, b ve c maddeleri sırasıyla 2,3 ve 4 ile orantılı olarak karıştırılıp 180 gramlık karışım elde ediliyor.

Bu karışıma sadece c maddesinden 12 daha ilave edildiğinde oluşan yeni karışımdaki a, b, c maddelerini orantılı olarak yazalım.

Çözüm:

a, b ve c maddeleri sırasıyla 2,3 ve 4 ile orantılı olarak karıştırılıp 180 gramlık karışım elde edildiğine göre,

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$ olup, $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$ dir.

$a + b + c = 180$ ise $2k + 3k + 4k = 180 \Rightarrow 9k = 180$

$\Rightarrow k = 20$ dir.

Buna göre,

$a = 2k = 2.20 = 40$ gram,

$b = 3k = 3.20 = 60$ gram,

$c = 4k = 4.20 = 80$ gram dır.

Bu karışıma sadece c maddesinden 12 daha ilave edildiğinde, karışımdaki c maddesi 80 + 12 = 92 gram olur.

Yeni karışımda;

a maddesi 40 gram,

b maddesi 60 gram,

c maddesi 92 gram olduğundan,

$\frac{a}{40} = \frac{b}{60} = \frac{c}{92}$ olur.

Bu eşitlikte 40, 60, 92 yi en sade hale getirebilmek için; eşitliğin her tarafını bu üç sayının e.b.o.b. u olan 4 ile çarpalım:

$4.\frac{a}{40} = 4.\frac{b}{60} = 4.\frac{c}{92} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{15} = \frac{c}{23}$ olur.

a maddesi 10 ile,

b maddesi 15 ile,

c maddesi 23 ile orantılı olabilir.

Bu maddeleri başka sayılarla da orantılı olarak yazabiliriz.

Örnek:

x, y, z negatif reel sayılardır.

$\frac{5}{x} = \frac{7}{y} = \frac{4}{z}$

olduğuna göre, x, y ve z sayılarını sıralayalım.

Çözüm:

Verilen orantıyı doğrulayacak şekilde orantı sabiti seçebiliriz.

$\frac{5}{x} = \frac{7}{y} = \frac{4}{z} = -1$ olsun. Bu durumda,

$\frac{5}{x} = -1$ ise $x = -5$,

$\frac{7}{y} = -1$ ise, $y = -7$,

$\frac{4}{z} = -1$ ise $z = -4$ tür.

Buna göre, $y < x < z$ dir.

Başka orantı sabitleri için de bu sıralamanın doğru olduğunu görebilirsiniz.

2. Ters Orantılı Çokluklar

Orantılı iki çokluktan biri artarken diğeri de orantılı olarak azalıyorsa ya da biri azalırken diğeri de orantılı olarak artıyorsa bu iki çokluk ters orantılıdır denir.

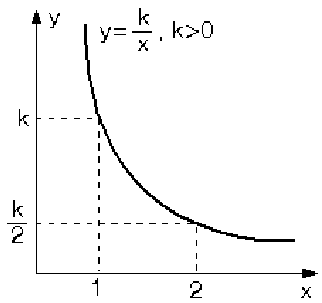
Ters orantılı iki çokluğun çarpımı sabittir.

x ile y ters orantılı ve k pozitif bir ters orantı sabiti olmak üzere,

$x.y = k$ veya $y = \frac{k}{x}$ ifadesine doğru orantının denklemi denir.

Bu denklemin grafiği aşağıdaki gibidir.

x	1	2	3	4	...
y	k	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{4}$	



$(1, k)$, $(2, \frac{k}{2})$, $(3, \frac{k}{3})$, $(4, \frac{k}{4})$, ...

İkililerinde $x.y$ çarpımları k ye eşittir.

Örnek:

Bir musluk bir havuzu tek başına 36 saatte dolduruyor. Aynı akıtma kapasitesine sahip muslukların sayısını arttırırsak, havuzun dolma süresi azalacaktır.

Bu azalmayı gösteren aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

Musluk Sayısı	1	2	3	4	6	9	12	18	36
Süre(saat)	36	18	12	9	6	4	3	2	1

Görüldüğü gibi, musluk sayısı arttıkça havuzun dolma süresi aynı oranda azalmaktadır.

Diğer bir ifadeyle, musluk sayısı azaldıkça havuzun dolma süresi aynı oranda artmaktadır.

Bu durumda musluk sayısı ile havuzun dolma süresi ters orantılıdır.

Kural

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile ters orantılı iseler,

$a.x = b.y = c.z = k$ dir.

Örnek:

y ile x çoklukları ters orantılı olarak değişmektedir.

$x = 12$ iken $y = 6$ olduğuna göre, $x = 9$ iken y nin kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

y ile x ters orantılı olduğuna göre,

$x.y = k$

olacak biçimde bir k sabiti vardır.

$x = 12$ iken $y = 6$ olduğuna göre,

$12.6 = k \Rightarrow k = 72$ olur.

Buna göre, verilen orantının denklemi,

$x.y = 72$ olur.

Bu denklemde $x = 9$ yazılırsa, istenen cevap bulunur.

$9.y = 72 \Rightarrow y = 8$ olur.

Örnek:

a, b, c sayıları sırasıyla 3,4,5 sayıları ile ters orantılıdır.

$a + b - 2c = 33$

olduğuna göre, a sayısını bulalım.

Çözüm:

k orantı sabiti olmak üzere, a, b, c sayıları sırasıyla 3,4,5 sayıları ile ters orantılı olduğuna göre,

$3a = 4b = 5c = k$

eşitlikleri yazılır. Buna göre,

$a = \frac{k}{3}$, $b = \frac{k}{4}$, $c = \frac{k}{5}$ olur.

Bu değerler $a + b - 2c = 33$ eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$\underset{(20)}{\frac{k}{3}} + \underset{(15)}{\frac{k}{4}} - \underset{(12)}{\frac{2k}{5}} = 33 \Rightarrow \frac{20k + 15k - 24k}{60} = 33$$

$$\Rightarrow \frac{11k}{60} = 33$$

$$\Rightarrow \frac{k}{60} = 3$$

$$\Rightarrow k = 3.60 = 180 \text{ dir.}$$

Buna göre, $a = \frac{k}{3} = \frac{180}{3} = 60$ olur.

Örnek:

Kapasiteleri aynı olan 6 işçi bir işi 10 günde yapabildiğine göre, aynı işi 5 işçinin kaç günde yapabileceğini bulalım.

Çözüm:

6 işçinin 10 günde yapabildiği bir işi 5 işçi daha fazla günde yapabilir. Yani, işçi sayısı ile işin yapılma süresi arasında ters orantı vardır. 5 işçi bu işi bu işi x günde yapabilsin.

$$-\left(\begin{array}{l} 6 \text{ işçi} \longleftrightarrow 10 \text{ gün} \\ 5 \text{ işçi} \longleftrightarrow x \text{ gün} \end{array} \right)+$$

Ters Orantı

$5.x = 6.10 \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12$ dir.

Örnek:

10 ve 12 yaşındaki iki çocuk 66 fındığı yaşlarıyla ters orantılı olarak bölüşeceklerdir.

Bu bölüşmede küçük çocuk kaç fındık alır?

Çözüm:

Küçük çocuk a tane fındık,

Büyük çocuk b tane fındık almış olsun.

Çocuklar fındıkları yaşları ile ters orantılı olarak paylaştıkları için,

$10a = 12b = k$ ise $a = \frac{k}{10}$ ve $b = \frac{k}{12}$ dir.

$a + b = 66$ ise $\underset{(6)}{\frac{k}{10}} + \underset{(5)}{\frac{k}{12}} = 66 \Rightarrow \frac{6k}{60} + \frac{5k}{60} = 66$

$\Rightarrow \frac{11k}{60} = 66$

$\Rightarrow \frac{k}{60} = 6$

$\Rightarrow k = 6.60 = 360$ tır.

$a = \frac{k}{10} = \frac{360}{10} = 36$ olur.

Buna göre, 10 yaşındaki çocuğun alacağı fındık sayısı 36 dır.

Örnek:

a, b, c sayıları sırasıyla 3,4,6 sayıları ile ters orantılıdır.

Buna göre, a, b, c nin orantılı olacağı sayıları bulalım.

Çözüm:

a, b, c sayıları sırasıyla 3,4,6 sayıları ile ters orantılı olduğuna göre,

$3a = 4b = 6c$ olur.

E.k.o.k.(3,4,6) = 12 dir. Eşitliğin her tarafı 12 ile bölünürse,

$3a = 4b = 6c$

$\frac{3a}{12} = \frac{4b}{12} = \frac{6c}{12} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2}$ olur.

Yani, a, b, c sayıları sırasıyla 4,3,2 ile doğru orantılıdır.

a, b, c sayılarının doğru orantılı olduğu başka sayılarda bulunabilir.

Örnek:

a cm uzunluğundaki bir çubuk, 3ile ve 5 ile ters orantılı iki parçaya ayrılıyor.

Parçaların uzunlukları farkı 22 cm olduğuna göre, a nın kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

3 ile ters orantılı parça x cm,

5 ile ters orantılı parça y cm olsun.

$3x = 5y = k$ ise $x = \frac{k}{3}$ ve $y = \frac{k}{5}$ tir.

$x - y = 22$ ise $\underset{(5)}{\frac{k}{3}} - \underset{(3)}{\frac{k}{5}} = 22 \Rightarrow \frac{5k}{15} - \frac{3k}{15} = 22$

$\Rightarrow \frac{2k}{15} = 22$

$\Rightarrow 2k = 22.15$

$\Rightarrow k = \frac{22.15}{2}$

$\Rightarrow k = 11.15 = 165$ tir.

Bu durumda çubuğun uzunluğu,

$a = x + y = \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = \frac{165}{3} + \frac{165}{5}$

$= 55 + 33 = 88$ olur.

3. Bileşik Orantı

İçinde ikiden fazla oran bulunan orantılara bileşik orantı denir.

Kural

y; x ile doğru ve z ile ters orantılı ise $y = \frac{k.x}{z}$ dir.

Örnek:

a sayısı, $b+2$ ile doğru, $c-1$ ile ters orantılı olarak değişmektedir.

$a = 12$ ve $b = 4$ iken $c = 3$ olduğuna göre, $a = 16$ ve $c = 4$ iken b nin kaç olacağını bulalım.

Çözüm:

k bileşik orantı sabiti olmak üzere, a sayısı, $b+2$ ile doğru, $c-1$ ile ters orantılı ise,

$a = \frac{k.(b+2)}{c-1}$ olur.

$a = 12$ ve $b = 4$ iken $c = 3$ olduğuna göre,

$12 = \frac{k.(4+2)}{3-1} \Rightarrow 12 = \frac{6k}{2} \Rightarrow k = 4$ olur.

Bileşik orantı denklemindede $a = 16$ ve $c = 4$ yazılırsa,

$$a = \frac{k.(b+2)}{c-1} \Rightarrow 16 = \frac{4.(b+2)}{4-1} \Rightarrow 16 = \frac{4.(b+2)}{3}$$

$$\Rightarrow 4.(b+2) = 3.16 \Rightarrow b+2 = \frac{48}{4} = 12$$

$$\Rightarrow b = 12 - 2 = 10 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

Toplamı 98 olan iki doğal sayıdan biri 3 ile doğru orantılı, diğeri 2 ile ters orantılıdır.

Buna göre, küçük sayının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

k bileşik orantı sabiti olsun. x sayısı 3 ile doğru orantılı, y sayısı 2 ile ters orantılı olmak üzere,

$\frac{x}{3} = 2y = k$ ise $x = 3k$ ve $y = \frac{k}{2}$ olur.

$x + y = 98$ ise $3k + \frac{k}{2} = 98 \Rightarrow \frac{7k}{2} = 98 \Rightarrow k = 28$ dir.

Buna göre, küçük olan sayı,

$y = \frac{k}{2} = \frac{28}{2} = 14$ olur.

Örnek:

a cm lik bir kumaş 2 ve 3 ile doğru orantılı, 6 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılmıştır.

En uzun kumaş parçası en kısa kumaş parçasından 34 cm uzun olduğuna göre, a nın kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Kumaş; x cm lik, y cm lik ve z cm lik üç parçaya ayrılmış olsun.

x , 2 ile doğru orantılı ise $\frac{x}{2} = k \Rightarrow x = 2k$,

y , 3 ile doğru orantılı ise $\frac{y}{3} = k \Rightarrow y = 3k$

z , 6 ile ters orantılı ise $6.z = k \Rightarrow z = \frac{k}{6}$ olur.

En uzun kumaş parçası en kısa kumaş parçasından 34 cm uzun olduğuna göre,

$y - z = 34 \Rightarrow 3k - \frac{k}{6} = 34 \Rightarrow \frac{17k}{6} = 34 \Rightarrow k = 12$ dir.

Kumaşın toplam uzunluğu a cm olduğuna göre,

$$a = 2k + 3k + \frac{k}{6} = \frac{12k + 18k + k}{6} = \frac{31k}{6} = \frac{31.12}{6} = 62$$

olur.

Örnek:

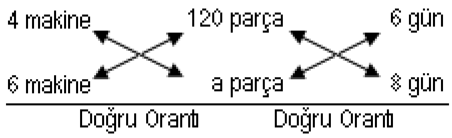
4 makine, 6 günde 120 parça ürün üretmektedir.

Buna göre, aynı nitelikteki 6 makine, 8 günde kaç parça ürün ürettiğini bulalım.

Çözüm:

Makine sayısı arttıkça elde edilen ürün miktarı artacaktır. Buna göre, makine sayısı ile ürün sayısı doğru orantılıdır.

Gün sayısı arttıkça dikilen ürün sayısı artacaktır. Buna göre, gün sayısı ile ürün sayısı doğru orantılıdır.



$$4.a.6 = 6.120.8$$

$$a = \frac{6.120.8}{4.6}$$

$$a = 120.2 = 240$$

Uyarı:

Bileşik orantıyla ilgili sorular yukarıdaki yaklaşımla çözülebileceği gibi, başka yollardan da sonuçlandırılabilir.

Aşağıdaki kural bunlardan en kısa olanıdır

$$\frac{\text{Birinci İş}}{\text{İkinci İş}} = \frac{\text{Birinci İşle ilgili Diğer Verilerin Çarpımı}}{\text{İkinci İşle ilgili Diğer Verilerin Çarpımı}}$$

Örnek:

4 işçi 8 m^2 halıyı 20 günde dokursa aynı kapasitedeki 6 işçinin 15 m^2 halıyı kaç günde dokuyabileceğini bulalım.

Çözüm:

$$\frac{\text{Birinci İş}}{\text{İkinci İş}} = \frac{\text{Birinci İşle ilgili Diğer Verilerin Çarpımı}}{\text{İkinci İşle ilgili Diğer Verilerin Çarpımı}}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{4.20}{6.x} \Rightarrow 8.6.x = 4.20.15 \Rightarrow x = 25 \text{ günde dokur.}$$

Örnek:

Bir işyerinde; işçi sayısı 3 katına, çalışma süresi 2 katına çıkarılırsa, üretimin kaç katına çıkacağını bulalım.

Çözüm:

İlk durumda

İşçi sayısı: a

Çalışma Süresi: t

Üretilen Ürün Miktarı: x olsun

İkinci durumda

İşçi sayısı: 3.a

Çalışma Süresi: 2.t

Üretilen Ürün Miktarı: k.x olsun

Buna göre,

$$\frac{x}{k.x} = \frac{a.t}{3.a.2.t} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{6} \Rightarrow k = 6 \text{ olur.}$$

D. ORTALAMALAR

1. Aritmetik Ortalama

Kural

n tane sayının toplamının n ye bölümüne, bu sayıların aritmetik ortalaması denir.

$a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ sayılarının aritmetik ortalaması:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}{n} \text{ dir.}$$

Uyarı

a ve b sayılarının aritmetik ortalaması:

$$\frac{a+b}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

3, 5, 10 sayılarının aritmetik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

Bu sayıların toplamının 3 ile bölümü bu sayıların aritmetik ortalamasını verir. Buna göre,

$\frac{3+5+10}{3}=\frac{18}{3}=6$ olur.

Uyarı

n tane sayının aritmetik ortalaması ile n nin çarpımı, bu sayıların toplamının verir.

Örnek:

6 sayının aritmetik ortalaması 13 olduğuna göre, bu sayıların toplamını bulalım.

Çözüm:

n tane sayının aritmetik ortalaması; bu n tane sayının toplamının n ye bölümü olduğu için; 6 sayının toplamı x ve aritmetik ortalaması 13 ise, $\frac{x}{6}=13$ tür.

Buna göre, bu 6 sayının toplamı, $x=6.13=78$ olur.

Örnek:

4 kardeşin yaş ortalaması 13 tür. Büyük kardeş çıkarılırsa geriye kalanların yaş ortalaması 11 oluyor.

Buna göre, büyük kardeşin kaç yaşında olduğunu bulalım.

Çözüm:

4 kardeşin yaşları toplamından diğer 3 kardeşin yaşları toplamı çıkarılırsa büyük kardeşin yaşı bulunur.

4 kardeşin yaşları toplamı = 4.13 = 52 dir.

3 kardeşin yaşları toplamı = 3.11 = 33 tür.

Buna göre, büyük kardeşin yaşı = 52 – 33 = 19 dur.

Örnek:

12 tane sayının ortalaması 20 dir. Bu sayılara toplamları 160 olan 13 sayı daha ekleniyor.

Buna göre, yeni ortalama kaçtır?

Çözüm:

12 tane sayının ortalaması 20 ise, toplamları

$12.20=240$ tır.

Buna göre,

$$\text{YeniOrtalama}=\frac{\text{ButunSayilarinToplami}}{\text{ButunSayilarinSayisi}}$$

$$=\frac{240+160}{12+13}=\frac{400}{25}=16 \text{ olur.}$$

Örnek:

a ile b nin aritmetik ortalaması 11,

b ile c nin aritmetik ortalaması 17,

a ile c nin aritmetik ortalaması 41,

olduğuna göre; a, b ve c nin aritmetik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

a ile b nin aritmetik ortalaması 11 olduğuna göre,

$\frac{a+b}{2}=11 \Rightarrow a+b=22$ dir. ...(I)

b ile c nin aritmetik ortalaması 17 olduğuna göre,

$\frac{b+c}{2}=17 \Rightarrow b+c=34$ tür. ...(II)

a ile c nin aritmetik ortalaması 41 olduğuna göre,

$\frac{a+c}{2}=41 \Rightarrow a+c=82$ dir. ...(III)

(I), (II) ve (III) de verilen denklemler taraf tarafa toplanırsa,

$2a+2b+2c=138 \Rightarrow 2.(a+b+c)=138$

$\Rightarrow a+b+c=69$ olur.

Buna göre, a, b ve c nin aritmetik ortalaması,

$\frac{a+b+c}{3}=\frac{69}{3}=23$ tür.

Örnek:

Avukat ve doktorların oluşturduğu bir gruptaki avukatların yaş ortalaması 39, doktorların yaş ortalaması 41 dir.

Avukatların sayısı doktorların sayısının 3 katı olduğuna göre, bu grubun yaş ortalamasının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Avukatların sayısı doktorların sayısının 3 katı olduğuna göre, doktorların sayısı D ise, avukatların sayısı 3D dir.

Avukatların yaş ortalaması 39 olduğuna göre avukatların yaşları toplamı: $39.3D=117D$ dir.

Doktorların yaş ortalaması 41 olduğuna göre doktorların yaşları toplamı: $41D$ dir.

Buna göre, bu grubun yaşları toplamı: $117D+41D=158D$ olur.

Grubun yaş ortalaması:

$$\frac{\text{Gruptakilerin Yaslari Toplami}}{\text{Gruptakilerin Sayisi}}=\frac{158D}{D+3D}=\frac{158D}{4D}=39{,}5 \text{ tir.}$$

Kural

n tane sayının aritmetik ortalaması x olsun. Bu n tane sayının her biri a ile çarpılır, b kadar arttırılırsa yeni ortalama $ax+b$ olur.

Örnek:

10 sayının ortalaması 8 ise, bu sayıların her biri 3 arttırıldığında ortalama,

$8+3=11$ olur.

Örnek:

Bugünkü yaşları toplamı 117 olan bir grubun dört yıl önceki yaş ortalaması 9 dur.

Buna göre, bu grupta kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm:

Bu grubun dört yıl önceki yaş ortalaması 9 olduğuna göre, bugünkü yaş ortalaması,

$9+4=13$ olur.

Buna göre, grubun eleman sayısı,

$$\frac{\text{Gruptakilerin Yaslari Toplami}}{\text{Gruptakilerin Sayisi}}=13$$

$$\frac{117}{\text{Gruptakilerin Sayisi}}=13$$

$$\text{Gruptakilerin Sayisi}=\frac{117}{13}=9 \text{ olur.}$$

2. Geometrik Ortalama

n tane sayının çarpımının n. kuvvetten köküne bu sayıların geometrik ortalaması denir.

Kural

$a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ sayılarının geometrik ortalaması:

$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_n}$ dir.

Uyarı

$\frac{a}{x}=\frac{x}{b}$ orantısında pozitif x reel sayısına a ile b nin geometrik ortalaması (orta orantısı) denir.

$\frac{a}{x}=\frac{x}{b} \Rightarrow x^2=a.b \Rightarrow x=\sqrt{a.b}$ dir.

Örnek:

4 ile 9 un geometrik ortalaması (orta orantılısı),

$\sqrt{4.9} = \sqrt{36} = 6$ dır.

Örnek:

2,4 ve 8 sayılarının geometrik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

2,4 ve 8 sayılarının geometrik ortalaması

$\sqrt[3]{2 \cdot 4 \cdot 8} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ tür.

Örnek:

$7 - \sqrt{13}$ ve $7 + \sqrt{13}$

sayılarının geometrik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

$$\sqrt{\left(7-\sqrt{13}\right).\left(7+\sqrt{13}\right)} = \sqrt{7^2 - \left(\sqrt{13}\right)^2} = \sqrt{49-13}$$

$$= \sqrt{36} = 6 \text{ dır.}$$

Örnek:

3^{x+1} ile $\sqrt{3}$ ün geometrik ortalaması 3 olduğuna göre, x in değerini bulalım:

Çözüm:

$$3 = \sqrt{3^{x+1}.\sqrt{3}} \text{ ise } 3 = \sqrt{3^{x+1}.3^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 3 = \sqrt{3^{x+\frac{3}{2}}}$$

$$\Rightarrow 3^2 = 3^{x+\frac{3}{2}} \Rightarrow x + \frac{3}{2} = 2$$

$$\Rightarrow x = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Örnek:

a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 10, geometrik ortalaması 2 olduğuna göre $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ toplamını bulalım.

Çözüm:

a ile b sayılarının aritmetik ortalaması 10 ise,

$\frac{a+b}{2} = 10 \Rightarrow a + b = 20$ dir.

a ile b sayılarının geometrik ortalaması 2 ise,

$\sqrt{a.b} = 2 \Rightarrow a.b = 4$ tür.

Buna göre,

$$\underset{(b)}{\frac{1}{a}} + \underset{(a)}{\frac{1}{b}} = \frac{a+b}{a.b} = \frac{20}{4} = 5 \text{ tir.}$$

Örnek:

13 ün; x ile geometrik ortalaması $6\sqrt{2}$, y ile geometrik ortalaması $4\sqrt{2}$ olduğuna göre, x ile y nin aritmetik ortalamasını bulalım.

Çözüm:

13 ile x in geometrik ortalaması $6\sqrt{2}$ olduğuna göre,

$\sqrt{13.x} = 6\sqrt{2} \Rightarrow 13.x = 72$ dir. ...(I)

13 ile y nin geometrik ortalaması $4\sqrt{2}$ olduğuna göre,

$\sqrt{13.y} = 4\sqrt{2} \Rightarrow 13.y = 32$ dir. ... (II)

(I) ve (II) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$13.x + 13.y = 72 + 32 \Rightarrow 13.(x + y) = 104$$

$$\Rightarrow x + y = 8 \text{ dir.}$$

Buna göre, x ile y nin aritmetik ortalaması,

$\frac{x+y}{2} = \frac{8}{2} = 4$ tür.

Kural

Aritmetik ortalamanın ve geometrik ortalamanın tanımından, x ile y nin hem aritmetik ortalaması hem de geometrik ortalaması z ise,

$x = y = z$ olur.

Örnek:

x ile y birer pozitif tam sayı olmak üzere, $(x + 3)$ ile $(y - 2)$ sayısının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşittir.

Buna göre, $x + y$ toplamının alabileceği en küçük değeri bulalım.

Çözüm:

$(x + 3)$ ile $(y - 2)$ sayısının aritmetik ortalaması geometrik ortalamasına eşit ise, $x + 3 = y - 2$ dir.

$x + 3 = y - 2 \Rightarrow x + 5 = y$ olur.

$x + y$ toplamının alabileceği en küçük olması için $x = 1$ seçilirse,

$x + 5 = y \Rightarrow 1 + 5 = y \Rightarrow y = 6$ olur.

Bu durumda,

$x + y$ toplamının alabileceği en küçük değer,

$x + y = 1 + 6 = 7$ bulunur.

Çözümlü Sorular

1. $\dfrac{a + b + 6c}{a - b + 3c} = 2$ olduğuna göre, $\dfrac{a + b}{a - b}$ 0ranı kaçtır?

Çözüm:

Verilen orantıda içler, dışlar çarpımı yapılırsa,

$\dfrac{a + b + 6c}{a - b + 3c} = 2$ ise $\Rightarrow a + b + 6c = 2a - 2b + 6c$

$\Rightarrow 3b = a$ olur.

Bunu istenilen oranda yerine yazarsak,

$\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{3b+b}{3b-b} = \dfrac{4b}{2b} = 2$ olur.

2. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = 3$ olduğuna göre, $\dfrac{a+b}{a} \cdot \dfrac{d}{d-c}$ çarpımının değeri kaçtır?

Çözüm:

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = 3$ ise $a = 3b$ ve $c = 3d$ olur.

Bu değerler istenilen ifade de yerine yazılırsa,

$\dfrac{a+b}{a} \cdot \dfrac{d}{d-c} = \dfrac{3b+b}{3b} \cdot \dfrac{d}{d-3d} = \dfrac{4b}{3b} \cdot \dfrac{d}{-2d}$

$= \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{1}{-2} = -\dfrac{4}{6} = -\dfrac{2}{3}$ bulunur.

3. $\dfrac{3}{a} = \dfrac{4}{b}$ ve $2a + 3b = 12$ olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm:

$\dfrac{3}{a} = \dfrac{4}{b}$ ise $b = \dfrac{4a}{3}$ tür.

$2a + 3b = 12$ ise $2a + 3.\dfrac{4a}{3} = 12 \Rightarrow 2a + 4a = 12$

$\Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2$

4. $\dfrac{m-n}{n}=2$ ve $1-d=\dfrac{n}{m}$ olduğuna göre, d kaçtır?

Çözüm:

$\dfrac{m-n}{n}=2$ ise $\dfrac{m}{n}-\dfrac{n}{n}=2\Rightarrow\dfrac{m}{n}-1=2\Rightarrow\dfrac{m}{n}=3$ tür.

$\dfrac{m}{n}=3$ ise $\dfrac{n}{m}=\dfrac{1}{3}$ olacaktır.

Bulunan bu değeri istenen ifadede yazarsak,

$1-d=\dfrac{n}{m}$ ise $1-d=\dfrac{1}{3}\Rightarrow d=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$ bulunur.

5. a,b,c,d birer reel sayıdır..

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{1}{2}$ ve $\dfrac{5a+6}{5b+nd}=\dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, n aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6a B) 6c C) $\dfrac{6}{d}$ D) 6d E) $\dfrac{6}{c}$

Çözüm:

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{1}{2}$ ise $\dfrac{5a}{5b}=\dfrac{nc}{nd}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{5a+nc}{5b+nd}=\dfrac{1}{2}$ olur.

$\dfrac{5a+6}{5b+nd}=\dfrac{1}{2}$ olarak verildiğine göre,

$\dfrac{5a+nc}{5b+nd}=\dfrac{5a+6}{5b+nd}$ ise $5a+nc=5a+6\Rightarrow nc=6$

$\Rightarrow n=\dfrac{6}{c}$ dir.

6. $\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{d}\cdot\dfrac{e}{f}=1$, $\dfrac{d}{a}=2$ ve $\dfrac{c}{f}=3$

olduğuna göre, $\dfrac{b}{e}$ kaçtır?

Çözüm:

$\dfrac{d}{a}=2$ ise $\dfrac{a}{d}=\dfrac{1}{2}$ dir.

$\dfrac{c}{f}=3$ olarak verilmiş.

Bu durumda,

$\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{d}\cdot\dfrac{e}{f}=1$ ise $\Rightarrow\dfrac{a}{d}\cdot\dfrac{c}{f}\cdot\dfrac{e}{b}=1\Rightarrow\dfrac{1}{2}.3.\dfrac{e}{b}=1$

$\Rightarrow\dfrac{3.e}{2.b}=1\Rightarrow\dfrac{e}{b}=\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow\dfrac{b}{e}=\dfrac{3}{2}$ olur.

7. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\dfrac{1}{3}$, $a-c+2e=6$ ve $b+2f=4$

olduğuna göre, d kaçtır?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\dfrac{1}{3}$ ise $\dfrac{a}{b}=\dfrac{-c}{-d}=\dfrac{2e}{2f}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow\dfrac{a-c+2e}{b-d+2f}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow\dfrac{6}{b+2f-d}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow\dfrac{6}{4-d}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow 4-d=18\Rightarrow d=-14$ olur.

8. x,y,z birer negatif reel sayı ve

$\dfrac{x}{0,2}=\dfrac{y}{0,3}=\dfrac{z}{0,4}$ olduğuna göre x,y,z sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Çözüm:

$\frac{x}{0,2}=\frac{y}{0,3}=\frac{z}{0,4}=k$ olsun.

$\frac{x}{0,2}=k\Rightarrow x=0,2.k$ dir.

$\frac{y}{0,3}=k\Rightarrow y=0,3.k$ dir.

$\frac{z}{0,4}=k\Rightarrow z=0,4.k$ dir.

x,y,z negatif olduğu için $k=-10$ alınırsa,

$x=0,2.k=0,2.(-10)=-2$

$y=0,3.k=0,3.(-10)=-3$

$z=0,4.k=0,4.(-10)=-4$ olur.

Buna göre, $z<y<x$ tir.

9. Bir çiftlikte; tavuk, hindi ve kazlar bulunmaktadır. Bunların sayıları sırasıyla a, b ve c dir.

$a:b:c=0,2:0,6:0,8$ olduğuna göre $a+b+c$ toplamı en az kaç olabilir?

Çözüm:

$a:b:c=0,2:0,6:0,8\Rightarrow\frac{a}{0,2}=\frac{b}{0,6}=\frac{c}{0,8}$ dir.

Bu orantıda, oranların payları genişletilirse,

$\frac{a}{1}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k$ olur.

$k=1$ seçilirse $a=1$, $b=3$, $c=4$ olur.

Buna göre, $a+b+c=1+3+4=8$ dir.

10. $\frac{x-y}{x}=\frac{3}{5}$, $\frac{y-z}{z}=\frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\frac{z}{x}$ kaçtır?

Çözüm:

$\frac{x-y}{x}=\frac{3}{5}$ ise $\frac{x}{x}-\frac{y}{x}=\frac{3}{5}\Rightarrow 1-\frac{y}{x}=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{y}{x}=\frac{2}{5}$ tir.

$\frac{y-z}{z}=\frac{3}{5}$ ise $\frac{y}{z}-\frac{z}{z}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{y}{z}-1=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{y}{z}=\frac{5}{3}$ tür.

$\frac{y}{x}$ ve $\frac{y}{z}$ orantılarını birbirine bölersek,

$\frac{y}{x}:\frac{y}{z}=\frac{2}{5}:\frac{5}{3}\Rightarrow\frac{y}{x}\cdot\frac{z}{y}=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{z}{x}=\frac{6}{25}$ olur.

11. 5 futbol topunun parasıyla 4 tenis topu, 6 6 tenis topunun parasıyla 12 pinpon topu alınabildiğine göre, 10 futbol topunun parasıyla kaç pinpon topu alınabilir?

Çözüm:

Birer tane futbol, tenis ve pinpon toplarının parası sırasıyla x, y ve z olsun. 5 futbol topunun parasıyla 4 tenis topu ve 6 tenis topunun parasıyla 12 pinpon topu alınabildiği için,

$5x=4y$ ve $6y=12z$ dir.

$5x=4y\Rightarrow 10x=8y$ dir. ...(I)

$6y=12z\Rightarrow 2y=4z\Rightarrow 10y=16z$ dir. ... (II)

(I) ve (II) denklemleri birlikte düşünüldüğünde,

$10x=8y=16z$ olur.

$10x=16z$ olduğuna göre, 10 futbol topunun parasıyla 16 pinpon topu alınabilir.

12. Belirli bir iş için kullanılan makine her gün belli bir süre çalıştırılarak bu iş 30 günde bitiriliyor.

Makinenin günlük çalışma süresi $\frac{1}{3}$ ü kadar kısaltılırsa aynı iş kaç günde bitirilebilir?

Çözüm:

Makine günde 3 saat çalıştırılarak belli bir iş 30 günde bitirsin. Makinenin günlük çalışma süresi $\frac{1}{3}$ oranında

Kısaltıldığında, yani makine $3-\frac{1}{3}.3=2$ saat

çalıştırıldığında, iş x günde bitirilsin.

Buna göre,

$$-\begin{cases} 3 \text{ saat} \longleftrightarrow 30 \text{ gün} \\ 2 \text{ saat} \longleftrightarrow x \text{ gün} \end{cases}+$$

Ters Orantı

$$2.x=3.30 \Rightarrow x=\frac{90}{2}=45 \text{ gün olur.}$$

13. C kovasının aldığı su miktarı D kovasının aldığı su miktarından 4 litre azdır. C kovasıyla 20 kova su alan bir depo, D kovasıyla 18 kova su almaktadır

Buna göre, deponun aldığı su miktarı kaç litredir?

Çözüm:

C kovası a litre su alıyorsa, D kovası $a+4$ litre su alır.

Depo, C kovasıyla 20 seferde, D kovasıyla 18 seferde dolduğuna göre,

$$20.a=18.(a+4) \Rightarrow 20a=18a+72 \Rightarrow 2a=72$$

$$\Rightarrow a=36 \text{ dır.}$$

Buna göre, deponun aldığı su miktarı,

$$20.a=20.36=720 \text{ litre olur.}$$

14. 180 tane askere 10 ay yetecek kadar erzak mevcuttur.

30 asker terhis olursa, bu erzak kalan askerlere kaç ay yeter?

Çözüm:

Asker sayısı ile erzak'ın yeteceği gün sayısı ters orantılıdır.

$$-\begin{cases} 180 \text{ askere} \longleftrightarrow 10 \text{ ay yeterse} \\ 150 \text{ askere} \longleftrightarrow x \text{ ay yeter} \end{cases}+$$

Ters Orantı

$$150.x=180.10 \Rightarrow 150x=1800 \Rightarrow x=12 \text{ olur}$$

15. Bir öğrenci üç sınava girmiştir. İlk iki sınavın ortalaması 4 tür.

Üç sınavdan aldığı notların ortalaması 3 olduğuna göre, bu öğrenci son sınavdan kaç almıştır?

Çözüm:

Bu öğrencinin ilk iki sınavdan aldığı notlar S_1 ve S_2 , üçüncü sınavdan aldığı not S_3 olsun.

İki sınavdan aldığı notların ortalaması 4 olduğuna göre,

$$\frac{S_1+S_2}{2}=4 \Rightarrow S_1+S_2=8 \text{ dir.}$$

Üç sınavdan aldığı notların ortalaması 3 olduğuna göre,

$$\frac{S_1+S_2+S_3}{3}=3 \Rightarrow S_1+S_2+S_3=9$$

$$\Rightarrow 8+S_3=9 \Rightarrow S_3=1 \text{ olur.}$$

16.

Puan	1	2	3	4	5
Öğrenci Sayısı	2	3	7	12	1

Yukarıdaki tablo bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavında aldığı puanların dağılımını göstermektedir. Buna göre, sınıfın bu sınavdaki puanlarının ortalaması kaçtır?

Çözüm:

$$\text{PuanOrtalamasi}=\frac{\text{Puanlarintoplami}}{\text{ÖgrenciSayisi}}$$

$$=\frac{2.1+3.2+7.3+12.4+1.5}{2+3+7+12+1}$$

$$=\frac{82}{25}=3{,}28 \text{ olur.}$$

17. 2^x , 2^{x+1} , 2^{x+2} , 2^{x+3} , 2^{x+4} , 2^{x+5} sayılarının aritmetik ortalaması 21 olduğuna göre x kaçtır?

Çözüm:

2^x , 2^{x+1} , 2^{x+2} , 2^{x+3} , 2^{x+4} , 2^{x+5}
sayılarının aritmetik ortalaması 21 olduğuna göre,

$$\frac{2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}+2^{x+4}+2^{x+5}}{6}=21$$

$$\frac{2^x.(1+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5)}{6}=21$$

$$2^x.(1+2+4+8+16+32)=126$$

$$2^x.63=126$$

$$2^x=2$$

$$x=1$$

18. 12 tane sayının ortalaması 25 tir. Bu sayılara ortalaması 15 olan 8 tane sayı ekleniyor.

Buna göre, yeni ortalama kaçtır?

Çözüm:

12 tane sayının ortalaması 25 ise toplamı,

$12.25=300$ dür.

8 tane sayının ortalaması 15 ise toplamı,

$8.15=120$ dir.

Buna göre, bu 20 sayının ortalaması

$\frac{300+120}{20}=\frac{420}{20}=21$ olur.

19. $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$ ve $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$ sayılarının aritmetik ortalaması kaçtır?

Çözüm:

Bu iki sayının aritmetik ortalaması x olsun.

$$x=\frac{\sqrt{7-2\sqrt{10}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}}{2}$$

$$(2x)^2=\left(\sqrt{7-2\sqrt{10}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}\right)^2$$

$$4x^2=7-2\sqrt{10}+2.\sqrt{49-4.10}+7+2\sqrt{10}$$

$$4x^2=14+2.\sqrt{9}=14+2.3$$

$4x^2=20\Rightarrow x^2=5\Rightarrow x=\sqrt{5}$ veya $x=-\sqrt{5}$ tir.

Başlangıçta verilen sayılar pozitif olduğu için ortalamaları da pozitiftir. Yani $x=\sqrt{5}$ tir.

2.Yol

$\sqrt{7-2\sqrt{10}}=\sqrt{(5+2)-2.\sqrt{5.2}}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ dir.

$\sqrt{7+2\sqrt{10}}=\sqrt{(5+2)+2.\sqrt{5.2}}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$ dir.

$$x=\frac{\sqrt{7-2\sqrt{10}}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}}{2}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$$

$x=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$ tir.

20. Toplamları 248 olan 18 sayma sayısının bir kısmının ortalaması 13, ötekilerin ortalaması 15 tir.

Buna göre, ortalaması 13 olan sayılar kaç tanedir?

Çözüm:

Ortalaması 13 olan sayılar x tane ise ortalaması 15 olan sayılar $18-x$ tanedir.

Ortalaması 13 olan sayıların toplamı $13.x$, ortalaması 15 olan sayıların toplamı ise $15.(18-x)$ tir.

Tüm sayıların toplamı 248 olduğu için,

$$13.x+15.(18-x)=248\Rightarrow 13x-15x+270$$

$$\Rightarrow 2x=22\Rightarrow x=11$$

olur.

21. a ile b nin aritmetik ortalaması 15 tir.

a ile geometrik ortalaması $6\sqrt{30}$, b ile geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ olan sayı kaçtır?

Çözüm:

a ile b nin aritmetik ortalaması 15 ise,

$$\frac{a+b}{2} = 15 \Rightarrow a+b = 30 \text{ dur.}$$

a ile x geometrik ortalaması $6\sqrt{30}$ ise,

$$\sqrt{a.x} = 6\sqrt{30} \Rightarrow a.x = 36.30 \text{ dur. ...(I)}$$

b ile x geometrik ortalaması $6\sqrt{10}$ ise,

$$\sqrt{b.x} = 6\sqrt{10} \Rightarrow b.x = 36.10 \text{ dur. ...(II)}$$

(I) ve (II) eşitlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$$a.x + b.x = 36.30 + 36.10 \Rightarrow (a+b).x = 36.(30+10)$$

$$\Rightarrow 30.x = 36.40$$

$$\Rightarrow x = \frac{36.40}{30} = 48 \text{ olur.}$$

22. 12 kız, 18 erkek öğrencinin katıldığı bir sınavda kız öğrencilerin puanlarının ortalaması 72, erkek öğrencilerin puanlarının ortalaması 60 olduğuna göre, tüm öğrencilerin puanlarının ortalaması kaçtır?

Çözüm:

12 kız öğrencinin puanlarının ortalaması 72 ise puanlarının toplamı $12.72 = 864$ tür.

18 erkek öğrencinin puanlarının ortalaması 60 ise puanlarının toplamı $18.60 = 1080$ dir.

Buna göre, bu $12+18 = 30$ öğrencinin puanlarının ortalaması,

$$\frac{864+1080}{30} = \frac{1944}{30} = 64{,}8 \text{ olur.}$$

23. x ile y nin geometrik ortalaması $\sqrt{2}$ olduğuna göre,

$\left(x - \frac{1}{y}\right) \cdot \left(y + \frac{1}{x}\right)$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

x ile y nin geometrik ortalaması $\sqrt{2}$ ise,

$$\sqrt{x.y} = \sqrt{2} \Rightarrow x.y = 2 \text{ dir.}$$

$$\left(x - \frac{1}{y}\right) \cdot \left(y + \frac{1}{x}\right) = \frac{x.y-1}{y} \cdot \frac{x.y+1}{x} = \frac{2-1}{y} \cdot \frac{2+1}{x}$$

$$= \frac{1}{y} \cdot \frac{3}{x} = \frac{3}{x.y} = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

24. $4a = 3b$ olmak üzere $\frac{5ab}{a^2 + b^2}$ işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm:

$4a = 3b$ ise $a = 3k$ seçilirse $b = 4k$ olur. Buna göre,

$$\frac{5.a.b}{a^2+b^2} = \frac{5.3k.4k}{(3k)^2 + (4k)^2} = \frac{60k^2}{9k^2 + 16k^2}$$

$$= \frac{60k^2}{25k^2} = \frac{12}{5} \text{ olur.}$$

25. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere

$$\frac{a+2b}{3a+b} = \frac{4}{5}$$

olduğuna göre, $2a + 3b$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 99 B) 77 C) 44 D) 22 E) 11

Çözüm:

$\dfrac{a+2b}{3a+b}=\dfrac{4}{5}$ ise $4.(3a+b)=5.(a+2b)$

$\Rightarrow 12a+4b=5a+10b$

$\Rightarrow 7a=6b \Rightarrow \dfrac{a}{b}=\dfrac{6}{7}$ olur.

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{6}{7}$ ise $\dfrac{a}{b}=\dfrac{6k}{7k} \Rightarrow a=6k$ ve $b=7k$ dir

$2a+3b=2.6k+3.7k=12k+21k=33k$ olur.

a ve b pozitif tam sayılar olduğuna göre, $k \in Z^+$ dır.

Buna göre $2a+3b$ ifadesi 33 ün katı olmalıdır.

26. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{a}=k$ olduğuna göre, $\left(\dfrac{a+c}{b}\right)\cdot\left(\dfrac{c}{a+b}\right)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1}{k^2}$ B) $\dfrac{1}{k}$ C) k D) k^2 E) k^3

Çözüm:

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{a}=k$ ise $\dfrac{a+c}{b+a}=k$ dir.

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{a}=k$ ise $\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{a}=k\cdot k \Rightarrow \dfrac{c}{b}=k^2$ dir.

Buna göre,

$\left(\dfrac{a+c}{b}\right)\cdot\left(\dfrac{c}{a+b}\right)=\dfrac{a+c}{a+b}\cdot\dfrac{c}{b}=k.k^2=k^3$ olur.

27. $\dfrac{a}{a+b}=\dfrac{2}{3}$ ve $\dfrac{b}{b+c}=\dfrac{4}{5}$ olduğuna göre, $\dfrac{b}{a+c}$ oranı kaçtır?

Çözüm:

$\dfrac{a}{a+b}=\dfrac{2}{3}$ ise $\dfrac{a+b}{a}=\dfrac{3}{2} \Rightarrow \dfrac{a}{a}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow 1+\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{2} \Rightarrow \dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{b}=2$ dir.

$\dfrac{b}{b+c}=\dfrac{4}{5}$ ise $\dfrac{b+c}{b}=\dfrac{5}{4} \Rightarrow \dfrac{b}{b}+\dfrac{c}{b}=\dfrac{5}{4}$

$\Rightarrow 1+\dfrac{c}{b}=\dfrac{5}{4} \Rightarrow \dfrac{c}{b}=\dfrac{1}{4}$ tür.

$\dfrac{a+c}{b}=\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{b}=2+\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{4} \Rightarrow \dfrac{b}{a+c}=\dfrac{4}{9}$ dur.

28. x , y ve z sırasıyla 3, 4 ve 5 ile orantılıdır. Buna göre $\dfrac{x.y.z}{x^3+y^3+z^3}$ oranı kaçtır?

Çözüm:

$\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z}{5}=k$ olsun.

Bu durumda,

$\dfrac{x}{3}=k$ ise $x=3k$ dır.

$\dfrac{y}{4}=k$ ise $y=4k$ dır.

$\dfrac{z}{5}=k$ ise $z=5k$ dır.

Bu değerler istenen oranda yerine yazılırsa,

$$\frac{x.y.z}{x^3+y^3+z^3}=\frac{3k.4k.5k}{(3k)^3+(4k)^3+(5k)^3}$$

$$= \frac{60k^3}{27k^3 + 64k^3 + 125k^3} = \frac{60k^3}{216k^3} = \frac{5}{18}$$

29. x , y ve z sırasıyla 3, 4 ve 6 ile ters orantılıdır.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 13$ olduğuna göre $x + y + z$ kaçtır?

Çözüm:

$3x = 4y = 6z = \frac{1}{k}$ olsun.

$3x = \frac{1}{k}$ ise $x = \frac{1}{3k} \Rightarrow \frac{1}{x} = 3k$ dır.

$4y = \frac{1}{k}$ ise $y = \frac{1}{4k} \Rightarrow \frac{1}{y} = 4k$ dır.

$6z = \frac{1}{k}$ ise $z = \frac{1}{6k} \Rightarrow \frac{1}{z} = 6k$ dır.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 13$ olduğuna göre,

$3k + 4k + 6k = 13 \Rightarrow 13k = 13 \Rightarrow k = 1$ dir.

Buna göre,

$$x + y + z = \frac{1}{3k} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{6k} = \underset{(4)}{\frac{1}{3}} + \underset{(3)}{\frac{1}{4}} + \underset{(2)}{\frac{1}{6}}$$

$$= \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ tür.}$$

30. $\frac{3a+b}{2c-b} = \frac{b-c}{2b-a} = \frac{a-3c}{c-2a}$ olduğuna göre , $\frac{a}{c}$ kaçtır?

Çözüm:

$\frac{3a+b}{2c-b} = \frac{b-c}{2b-a} = \frac{a-3c}{c-2a} = k$ ise,

$$\frac{3a+b}{2c-b} = \frac{b-c}{2b-a} = \frac{-1.(a-3c)}{-1.(c-2a)} = k$$

$$\frac{3a+b+b-c-a+3c}{2c-b+2b-a-c+2a} = k$$

$$\frac{2a+2b+2c}{a+b+c} = k$$

$k = 2$ dir.

$$\frac{a-3c}{c-2a} = k \Rightarrow \frac{a-3c}{c-2a} = 2 \Rightarrow a - 3c = 2c - 4a$$

$$\Rightarrow 5a = 5c \Rightarrow a = c$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \text{ dir.}$$

31. $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, $\frac{b}{c} = \frac{4}{3}$, $\frac{c}{d} = \frac{9}{5}$ olduğuna göre , $\frac{d}{a}$ kaçtır?

Çözüm:

Verilen oranlar taraf tarafa çarpılırsa,

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{18}{5} \Rightarrow \frac{d}{a} = \frac{5}{18} \text{ dir.}$$

32. $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$, $\frac{y}{z} = \frac{3}{4}$ olduğuna göre , x , y ve z sayıları sırasıyla aşağıdaki sayılardan hangileri ile orantılıdır?

A) 4,5,4 B) 4,3,4 C) 16,20,12

D) 12,15,16 E) 12,15,20

Çözüm:

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{5} = \frac{4.3}{5.3} = \frac{12}{15} = \frac{12.k}{15.k}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{3}{4} = \frac{3.5}{4.5} = \frac{15}{20} = \frac{15.k}{20.k}$$

Buna göre, x , y ve z sayıları sırasıyla 12, 15, 20 sayıları ile orantılıdır.

33. Un, yağ ve su kütle bakımından sırasıyla, $11:4:5$ oranında karıştırılarak 320 gramlık bir hamur yapılıyor.

Bu hamurda kaç gram su kullanılmıştır?

Çözüm:

Un (U), Yağ (Y) ve Su (S) kütle bakımından sırasıyla, $11:4:5$ oranında karıştırıldığına göre,

$$\frac{U}{11}=\frac{Y}{4}=\frac{S}{5}=k \text{ olup, } U=11k \text{ , } Y=4k \text{ , } S=5k \text{ dir.}$$

$$U+Y+S=320 \text{ ise } 11k+4k+5k=320$$

$$\Rightarrow 20k=320 \Rightarrow k=16 \text{ dır.}$$

Buna göre, hamurda kullanılan su miktarı,

$$S=5k=5..16=80 \text{ gramdır.}$$

34. Bir boyacı, kütleleri a , b ve c olan üç boyadan 590 gramlık bir karışım boya yapmıştır.

$\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ ve $\frac{b}{c}=\frac{5}{6}$ olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm:

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{4}=\frac{3.5}{4.5}=\frac{15}{20}=\frac{15.k}{20.k} \text{ olur.}$$

$$\frac{b}{c}=\frac{5}{6}=\frac{4.5}{4.6}=\frac{20}{24}=\frac{20.k}{24.k} \text{ olur.}$$

$$a+b+c=590 \text{ ise } 15k+20k+24=590$$

$$\Rightarrow 59k=590 \Rightarrow k=10 \text{ dur.}$$

$$a=15k=15.10=150 \text{ bulunur.}$$

35. Aynı kapasitedeki 20 işçi günde 9 saat çalışarak 12 günde 120 parça iş üretebildiklerine göre, yine aynı kapasitedeki 16 işçi günde 8 saat çalışarak 18 günde kaç parça iş üretebilirler?

Çözüm:

$$\frac{\text{Birinci İş}}{\text{İkinci İş}}=\frac{\text{Birinci İşle ilgili Diğer Verilerin Çarpımı}}{\text{İkinci İşle ilgili Diğer Verilerin Çarpımı}}$$

$$\frac{120}{x}=\frac{20.9.12}{16.8.18} \Rightarrow \frac{120}{x}=\frac{5.3.3}{4.2.6} \Rightarrow x=128 \text{ dir.}$$

36. Bir musluk, boş bir havuzu 24 saatte doldurabilmektedir.

Bu musluktan birim zamanda akan su miktarı 3 katı artırılırsa, boş havuz kaç saatte dolar?

Çözüm:

Havuza birim zamanda akan su miktarı ile havuzun dolması için geçen süre arasında ters orantı vardır. Saatte V litre su aktığında 24 saatte dolarsa saatte V + 3V = 4V litre su aktığında havuz x saatte dolsun. Buna göre,

+	V litre	⟷	24 saatte −
	4V litre	⟷	x saatte

Ters Orantı

$$24.V=4V.x \Rightarrow x=\frac{24V}{4V}=6 \text{ dır.}$$

37. Birbirini çeviren üç çarktaki toplam diş sayısı 170 dir. Birinci çark 3 devir yapınca ikinci çark 4 devir, üçüncü çark 8 devir yapmaktadır.

Buna göre, birinci çarktaki diş sayısı kaçtır?

Çözüm:

Birinci, ikinci ve üçüncü çarktaki diş sayıları sırasıyla x, y ve z olsun. Diş sayısı ile devir sayısı ters orantılı olduğundan,

$3x=4y=8z=k$ dir. Buna göre,

$$3x=k \Rightarrow x=\frac{k}{3} \text{ tür.}$$

$$4y=k \Rightarrow y=\frac{k}{4} \text{ tür.}$$

$$8z=k \Rightarrow z=\frac{k}{8} \text{ dir.}$$

$$x+y+z=170 \text{ ise } \underset{(8)}{\frac{k}{3}}+\underset{(6)}{\frac{k}{4}}+\underset{(3)}{\frac{k}{8}}=170$$

$$\Rightarrow \frac{8k+6k+3k}{24} = 170 \Rightarrow 17k = 170.24 \Rightarrow k = 240 \text{ tır.}$$

Bu durumda, birinci çarktaki diş sayısı,

$$x = \frac{k}{3} = \frac{240}{3} = 80 \text{ olur.}$$

38. a , b ve c birer pozitif tam sayılar olmak üzere, $a+b$, $b+c$ ve $a+c$ sayıları sırasıyla 3, 7 ve 8 ile orantılı olduğuna göre, $a+b+c$ aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 90 B) 162 C) 171 D) 223 E) 324

Çözüm:

$a+b$, $b+c$ ve $a+c$ sayıları sırasıyla 3, 7 ve 8 ile orantılı olduğuna göre,

$$\frac{a+b}{3} = \frac{b+c}{7} = \frac{a+c}{8} = k \text{ dir. Bu durumda,}$$

$a+b = 3k$, $b+c = 7k$, $a+c = 8k$ dir.

Bu eşitlikleri taraf tarafa toplarsak,

$$a+b+b+c+a+c = 3k+7k+8k$$

$$2.(a+b+c) = 18k \Rightarrow a+b+c = 9k \text{ olur.}$$

Buna göre, $a+b+c$ toplamı 9 un katı olmalıdır.

223 sayısı 9 un katı olmadığından $a+b+c$ toplamı 223 olamaz.

39. Bir topluluktaki tüm insanların yaş ortalaması 37 dir. Bu topluluktaki erkeklerin yaş ortalaması 35, kadınların yaş ortalaması 40 tır.
Buna göre, bu topluluktaki erkeklerin sayısının, bu topluluktaki tüm insanların sayısına oranı kaçtır?

Çözüm:

Bu topluluktaki erkeklerin sayısı x, kadınların sayısı y olsun.

Erkeklerin yaş ortalaması 35 ise yaşları toplamı $35x$ tir.

Kadınların yaş ortalaması 40 ise yaşları toplamı $40y$ dir

Buna göre, tüm insanların yaş ortalaması 37 ise,

$$\frac{35x+40y}{x+y} = 37 \Rightarrow 35x+40y = 37x+37y$$

$$\Rightarrow 3y = 2x \Rightarrow y = \frac{2x}{3} \text{ tür.}$$

Buna göre, erkeklerin sayısının tüm insanların sayısına oranı:

$$\frac{x}{x+y} = \frac{x}{x+\frac{2x}{3}} = \frac{x}{\frac{5x}{3}} = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

40. m , n , p ve r sıfırdan farklı birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$\frac{m}{5} = \frac{n}{3p} = \frac{r}{7}$ eşitliği veriliyor. m ile n nin aritmetik ortalaması r olduğuna göre, p kaçtır?

Çözüm:

m ile n nin aritmetik ortalaması r olduğuna göre,

$$\frac{m+n}{2} = r \text{ ise } m+n = 2r \text{ dir.}$$

$$\frac{m}{5} = \frac{n}{3p} = \frac{r}{7} \text{ ise } \frac{m+n}{5+3p} = \frac{r}{7} \Rightarrow \frac{2r}{5+3p} = \frac{r}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5+3p} = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow 5+3p = 14$$

$$\Rightarrow 3p = 14-5$$

$$\Rightarrow p = 3 \text{ olur.}$$

41. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{2}{3}$ tür.
Bu sınıftaki kız öğrencilerin yaş ortalaması 14 ve erkek öğrencilerin yaş ortalaması 12 olduğuna göre, tüm öğrencilerin yaş ortalaması kaçtır?

Çözüm:

Kız öğrencilerin sayısı x, erkek öğrencilerin sayısı y olsun.

$\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ise $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k$ dır.

Buna göre, $x = 2k$ ve $y = 3k$ dır.

Kız öğrencilerin yaş ortalaması 14 ise yaşları toplamı

$14.2k = 28k$ dır.

Erkek öğrencilerin yaş ortalaması 12 ise yaşları toplamı

$12.3k = 36k$ dır.

Buna göre bütün sınıfın yaş ortalaması,

$\frac{28k + 36k}{2k + 3k} = \frac{64k}{5k} = 12{,}8$ dir.

42. $3a + 5b + 2c = 102$ denkleminde, a ile b nin aritmetik ortalaması 14 olduğuna göre, b ile c nin aritmetik ortalaması kaçtır?

Çözüm:

a ile b nin aritmetik ortalaması 14 olduğuna göre,

$\frac{a+b}{2} = 14 \Rightarrow a + b = 28$ dir.

$$
\begin{aligned}
3a + 5b + 2c = 102 &\Rightarrow 3a + 3b + 2b + 2c = 102 \\
&\Rightarrow 3.(a+b) + 2.(b+c) = 102 \\
&\Rightarrow 3.28 + 2.(b+c) = 102 \\
&\Rightarrow 2.(b+c) = 18 \\
&\Rightarrow b + c = 9 \\
&\Rightarrow \frac{b+c}{2} = 4{,}5 \text{ tür.}
\end{aligned}
$$

Buna göre, b ile c nin aritmetik ortalaması 4,5 tir.

43. 13 tane pozitif sayının aritmetik ortalaması a dır. Bu sayıların her birine 4 eklenirse elde edilen sayıların toplamı 360 – a olduğuna göre, a kaçtır?

Çözüm:

13 tane sayının aritmetik ortalaması a ise bu sayıların her birine 4 eklenirse elde edilen yeni ortalama a + 4 olur. Bu sayıların toplamı ise, $13.(a+4)$ tür.

Soruda 13 sayıdan her birine 4 eklendiğinde elde edilen sayıların toplamının $360 - a$ olduğu verilmiş.

Buna göre,

$$
\begin{aligned}
13.(a+4) = 360 - a &\Rightarrow 13a + 52 = 360 - a \\
&\Rightarrow 14a = 360 - 52 \\
&\Rightarrow a = 22 \text{ olur.}
\end{aligned}
$$

44. $\sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$ ile $\sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$ sayılarının geometrik ortalaması kaçtır?

Çözüm:

$\sqrt{10 - 2\sqrt{21}} = \sqrt{(7+3) - 2\sqrt{7.3}} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$ tür.

$\sqrt{10 + 2\sqrt{21}} = \sqrt{(7+3) + 2\sqrt{7.3}} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$ tür.

Buna göre, $\sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$ ile $\sqrt{10 + 2\sqrt{21}}$ sayılarının geometrik ortalaması

$\sqrt{\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right).\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)} = \sqrt{7-3} = \sqrt{4} = 2$ dir.

KONU BİTMİŞTİR.